

ФГАОУ ВПО "Сибирский федеральный университет"
Профильная Олимпиада СФУ для студентов выпускных курсов
Направления подготовки
010100 "Математика"
010200 "Математика и компьютерные науки"
010400 "Прикладная математика и информатика"

ВАРИАНТ 0

1. Найти объем тела, ограниченного поверхностями:

$$z = 1 + x + y, \quad z = 0, \quad x + y = 1, \quad x = 0, \quad y = 0.$$

2. Убедиться, что точка $(\frac{1}{2}, 3)$ является точкой локального минимума функции $z = 8x^3 + \frac{y^3}{27} - 2xy$.

3. Найти интеграл $\int x \ln(4 + x^4) dx$.

4. При каком λ ранг матрицы $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & \lambda + 9 \end{pmatrix}$ наименьший. При найденном

λ решить однородную систему линейных уравнений $\mathbf{Ax} = \mathbf{0}$.

5. Найти расстояние от точки $(1, 2, 5)$ до прямой $x = t, y = 1 - 2t, z = 3 + t$ (система координат прямоугольная).

6. Подбрасываются три игральные кости. Пусть событие A состоит в том, что на первой и второй костях выпало одинаковое число очков, событие B — одинаковое число очков на второй и третьей костях, событие C — одинаковое число очков на первой и третьей костях. Будут ли события A, B, C : а) попарно независимы, б) независимы в совокупности?

7. Найти решение уравнения $y'' - y = 2x$, удовлетворяющее краевым условиям $y(0) = 0, y(1) = -1$.

8. Найти особые точки голоморфной функции f , выяснить их характер, исследовать поведение на бесконечности: $f(z) = \frac{e^{\frac{1}{z-4}}}{(z^2-16)z^2}$.

9. Найти уравнение касательной к окружности $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 8$, проходящей через точку $(6,7)$.

10. Найти решение $z = z(x, y)$ уравнения $z''_{xy} = 0$, удовлетворяющее условиям:
 $z(x, x) = \sin x,$
 $z'_y(x, x) = \cos x.$