

**ФГАОУ ВПО "Сибирский федеральный университет"**  
**Профильная Олимпиада СФУ для студентов выпускных курсов**  
Направления подготовки  
010100 "Математика"  
010200 "Математика и компьютерные науки"  
010400 "Прикладная математика и информатика"

ВАРИАНТ 0

1. Найти объем тела, ограниченного поверхностями:

$$z = 1 + x + y, \quad z = 0, \quad x + y = 1, \quad x = 0, \quad y = 0.$$

2. Убедиться, что точка  $(\frac{1}{2}, 3)$  является точкой локального минимума функции  $z = 8x^3 + \frac{y^3}{27} - 2xy$ .

3. Найти интеграл  $\int x \ln(4 + x^4) dx$ .

4. При каком  $\lambda$  ранг матрицы  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & \lambda + 9 \end{pmatrix}$  наименьший. При найденном

$\lambda$  решить однородную систему линейных уравнений  $\mathbf{Ax} = \mathbf{0}$ .

5. Найти расстояние от точки  $(1, 2, 5)$  до прямой  $x = t, y = 1 - 2t, z = 3 + t$  (система координат прямоугольная).

6. Подбрасываются три игральные кости. Пусть событие  $A$  состоит в том, что на первой и второй костях выпало одинаковое число очков, событие  $B$  — одинаковое число очков на второй и третьей костях, событие  $C$  — одинаковое число очков на первой и третьей костях. Будут ли события  $A, B, C$ : а) попарно независимы, б) независимы в совокупности?

7. Найти решение уравнения  $y'' - y = 2x$ , удовлетворяющее краевым условиям  $y(0) = 0, y(1) = -1$ .

8. Найти особые точки голоморфной функции  $f$ , выяснить их характер, исследовать поведение на бесконечности:  $f(z) = \frac{e^{\frac{1}{z-4}}}{(z^2-16)z^2}$ .

9. Найти уравнение касательной к окружности  $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 8$ , проходящей через точку  $(6,7)$ .

10. Найти решение  $z = z(x, y)$  уравнения  $z''_{xy} = 0$ , удовлетворяющее условиям:  
 $z(x, x) = \sin x,$   
 $z'_y(x, x) = \cos x.$