

УНИВЕРСИТЕТСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 11 КЛАССОВ

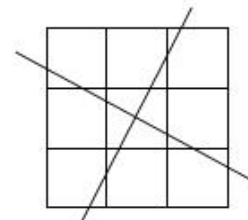
2013 год

1) Приказом от 26 декабря 2012 года Институт математики переименован в Институт математики и фундаментальной информатики (ИМФИ СФУ). Найдется ли такой набор натуральных чисел, что их сумма и произведение равны году переименования?

2) В детстве директор банка Анатолий Васильевич, являющийся выпускником ИМФИ СФУ, любил играть с друзьями в «Морской Бой». Поэтому и сейчас он с легкостью может вычислить наименьшее количество выстрелов, с помощью которых можно наверняка попасть в прямой четырехклеточный корабль (поле игры 10×10 клеток). Чему же равно число таких выстрелов?

3) Первокурсник ИМФИ СФУ Андрей ждет автобус и думает, не пробежаться ли ему. Следующая остановка через 1 километр, скорость Андрея в 4 раза меньше скорости автобуса. Автобус виден за 2 километра. Стоит ли студенту пробежаться или он может упустить автобус?

4) На лекции профессор ИМФИ СФУ показал, каким наименьшим числом прямых можно пересечь по внутренним точкам все клетки квадрата 3×3 (см. рисунок). А сколько прямых потребуется, чтобы пересечь по внутренним точкам все клетки квадрата 4×4 ?



5) Абитуриент Сергей хочет позвонить в дирекцию ИМФИ СФУ по телефону (391) 206-21-48 и задать вопрос. Однако у будущего студента долг на телефоне в размере 750 рублей. Через терминал оплаты на мобильный телефон можно перевести деньги, при этом взимается комиссия – целое положительное число процентов. Сергей положил целое количество рублей на мобильный телефон, и его счет пополнился на 760 рублей. Сколько денег положил на счет Сергей, если известно, что комиссия менее 10%?

РЕШЕНИЯ

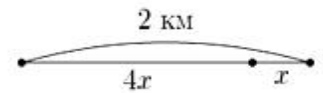
1) Да, существуют. Например, числа 2, 1006 и 1004 единицы.

2) 24 выстрела. Меньшим же числом обойтись нельзя, так как на доске можно одновременно разместить 24 корабля.

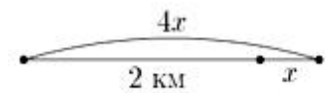
			×				×		
		×					×		
	×				×				×
×				×				×	
			×				×		
		×					×		
	×				×				×
×				×				×	
			×				×		
		×					×		

3) Имеет смысл идти.

Пусть Андрей пошел к следующей остановке и в какой-то момент заметил автобус. Скорость автобуса в четыре раза больше скорости первокурсника, поэтому за одно и тоже время автобус проезжает расстояние в четыре раза большее. Пусть Андрей пробежит x км, тогда автобус проедет $4x$ км. В случае, если они двигаются навстречу друг другу, до встречи с автобусом Андрей пробежит $\frac{2}{5}$ км (см. рисунок). Это означает, что отойдя от остановки не более чем на $\frac{2}{5}$ км, мальчик сможет успеть на автобус, побежав назад.

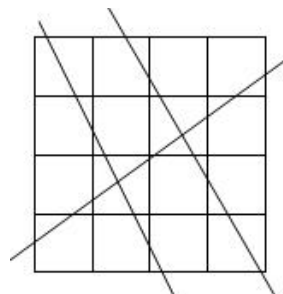


В случае если автобус догоняет Андрей, он успеет пробежать $\frac{2}{3}$ км до момента, когда автобус его догонит (см. рисунок). Это означа-



ет, что он сможет успеть на автобус, если до следующей остановки осталось не более $\frac{2}{3}$ км, то есть, если он успел пройти не менее $\frac{1}{3}$ км до момента, когда заметил автобус. Так как $\frac{1}{3} < \frac{2}{3}$, то у мальчика всегда будет возможность успеть на автобус и имеет смысл идти.

4) 3 прямые, так как две прямые могут пересечь не более $14 < 16$ клеток.



5) 800 рублей.

Пусть Сергей положил n рублей, а взимаемая комиссия составляет $k\%$. Тогда $\frac{760}{100-k} = \frac{n}{100}$, то есть $76000 = (100 - k)n$. Разложим число 76000 на простые множители, получим: $76000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 19$.

По условию задачи $90 < 100 - k < 100$, поэтому необходимо найти все числа, делящие 76000 из этого диапазона. Единственный подходящий вариант – это $5 \cdot 19 = 95$, значит, $k = 5$. Таким образом, Сергей положил на телефон $n = \frac{76000}{95} = 800$ рублей.