**Математический анализ (зимняя сессия 2018-2019 уч.год)**

**Лектор Шипина Т.Н.**

**Теоретические разделы**

1. Производная и дифференцируемость функции.

2. Теорема о равносильности дифференцируемости и существования производной.

3. Касательная. Геометрический смысл производной, геометрический смысл дифференциала функции. Физический смысл производной.

4. Односторонние производные.

5. Производные суммы, произведения и частного двух функций.

6. Производные сложной и обратной функций.

7. Свойства дифференциала, Инвариантность формы дифференциала первого порядка. 14. Производные и дифференциалы высших порядков.

8. Теорема Ферма.

9. Теорема Ролля.

10. Теорема Лагранжа. Теорема Коши.

11. Правило Лопиталя.

12. Формула Тейлора. Формула Макларена.

13. Монотонные функции. Необходимые и достаточные условия возрастания (убывания) непрерывной и дифференцируемой функции на интервале.

14. Экстремумы функции. Условия существования экстремума.

15. Использование второй производной для исследования функции (выпуклость, вогнутость, точки перегиба)

16. Асимптоты графика функции.

Из представленных разделов нужно знать все **определения и формулировки теорем.**

**Теоремы с доказательствами**

* Теорема Ферма
* Теорема Ролля
* Теорема Лагранжа.
* Теорема Коши.
* Теорема Тейлора
* Условия возрастания (убывания) непрерывной и дифференцируемой функции на интервале.
* Достаточное условие существования экстремума в точке.
* Достаточное условие существования экстремума в точке с использованием старших производных.
* Достаточное условие выпуклости вниз на интервале.
* Достаточное условие существования точки перегиба.

**Практические задания**

1. Асимптоты графика функции.

|  |  |
| --- | --- |
| А) . | Б) . |
| . | Г) . |

1. Вычисление производных ([1] §13. №3-№167, №191-№193б №197, №201, №207, §15 № 1, №11, 14, 21).
2. Дифференциал функции ([1] §13 № 213-№215, §15 №9, №22).
3. Доказать, что корни производной многочлена действительные, простые и лежат на интервалах .
4. Вычисление пределов с использованием правила Лопиталя ( [1] §17 №1-№75).
5. Разложить по формуле Маклорена до функцию .
6. Разложить по формуле Маклорена до функцию .
7. Разложить по формуле Маклорена до функцию .
8. Найти интервалы возрастания и убывания, точки максимума и минимума функции.

|  |  |
| --- | --- |
| А) | Б) , |
| , | Г) . |

1. Найти интервалы выпуклости и точки перегиба графика функции.

|  |  |
| --- | --- |
| А) | Б) , |
| , | Г) . |

1. Доказать или опровергнуть утверждения.

* Если функция имеет производную в некоторой точке, то она в этой точке дифференцируема.
* Если функция дифференцируема в точке, то она в этой точке непрерывна.
* Если функция в каждой точке интервала имеет ограниченную производную, то функция равномерно непрерывна на этом интервале.
* Если функция имеет, а функция не имеет производной в некоторой точке , то функция не имеет производной в этой точке.
* Если функции и не имеют производной в некоторой точке , то и функция не имеет производной в этой точке.
* Если функция имеет, а функция не имеет производной в некоторой точке , то функция не имеет производной в этой точке.
* Если функции и не имеют производной в некоторой точке , то и функция не имеет производной в этой точке.
* Если функция возрастает на интервале , то ее производная так же возрастает на интервале .

1. С помощью формулы Тейлора вычислить с точностью до

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ; |  |  |

1. Определить, удовлетворяет ли функция уравнению .
2. Исследовать на дифференцируемость в точке функцию
3. Исследовать на дифференцируемость в точке функцию .

**Список литературы**

1. Л.Д. Кудрявцев и др. Сборник задач по математическому анализу. Том1. –Москва: ФИЗМАТЛИТ. 2003. (<http://math.sfu-kras.ru/sites/default/files/kudr_zad_v1.pdf>)
2. А.М.Кытманов и др. Математический анализ с элементами алгебры, геометрии и функционального анализа (учебное пособие) ( <http://math.sfu-kras.ru/sites/default/files/matananaliz2.pdf>).

ОБРАЗЕЦ

**ВАРИАНТ 0**

1. Дать определение дифференциала функции.
2. Доказать или опровергнуть утверждения:=0

* А) Если функции и не имеют производной в некоторой точке , то и функция не имеет производной в этой точке.
* Б) Если функция имеет производную в некоторой точке, то она в этой точке дифференцируема

3. Сформулировать и доказать теорему о остаточном условии существования экстремума в точке.

4. Разложить по формуле Маклорена до функцию

5.Найти асимптоты графика функции .

1. Найти интервалы возрастания и убывания, точки максимума и минимума функции .