

Теоретические вопросы, вынесенные на минисессию по дисциплине «Математический анализ». (лектор Лейнартас Е.К.)

I. Введение в анализ:

Метод математической индукции, Бином Ньютона*, свойства вещественных чисел (свойства отношения порядка, свойства операций "+", "-", "*" и ":"; свойство непрерывности), принцип Архимеда.

Ограниченные множества, верхняя (нижняя) граница множества, точная верхняя (нижняя) грань, теорема о существовании точной верхней (нижней) границы*.

Вложенные отрезки (определение), лемма Кантора*, теорема Бореля-Лебега*, классификация элементарных функций.

II. Предел последовательности:

Последовательность, предел последовательности, сходящаяся (расходящаяся) последовательность, геометрический смысл предела.

Общие свойства предела, арифметические операции и предел.

Предельный переход в неравенствах, теорема о зажатой последовательности*.

Монотонные последовательности, теорема Вейерштрасса*, критерий Коши*.

Подпоследовательности, частичный предел, верхний (нижний) предел, теорема Больцано-Вейерштрасса*, число e^* .

(* - с доказательством)

Образец экзаменационного билета. Осенняя минисессия, вариант 0.

1. Сформулируйте свойства операции сложения вещественных чисел.
2. Дайте определение ограниченного сверху множества.
3. Дайте определение расходящейся последовательности.
4. Сформулируйте теорему о вложенных отрезках.
5. Сформулируйте и докажите теорему о пределе монотонной последовательности.
6. Докажите, что для каждого $n \in \mathbb{N}$ справедливо равенство $1 + 3 + 5 + \dots + (2n + 1) = n^2$
7. Найдите множество значений функции $y = 2^{x^2-1}$
8. Докажите по определению, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2n-1} = \frac{1}{2}$
9. Найдите $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2-1}{n-1} - \frac{n^3+2n}{n^2+1} \right)$
10. Найдите $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+3}{2n-1} \right)^n$

Длительность экзамена составляет 1.5 часа.