

**Перечень тем и вопросов, выносимых на промежуточный осенний экзамен по дисциплине “Математический анализ”
(1 курс, 2013-2014 уч. год, лектор Фроленков И.В.)**

1. Элементы теории множеств.
2. Натуральные числа, индукция, бином Ньютона.
3. Аксиоматика множества вещественных чисел. Окрестности.
4. Ограниченные множества. Теорема о верхней грани. Принцип Архимеда.
5. Принцип Кантора о вложенных отрезках, принцип Больцано-Вейерштрасса.
7. Последовательности. Предел последовательности и его свойства. Бесконечные пределы.
8. Теоремы о существовании предела последовательности: критерий Коши, теорема Вейерштрасса о существовании предела монотонной последовательности. Число e .
9. Подпоследовательности. Частичный предел последовательности. Верхний и нижний пределы.
6. Числовые ряды. Сходимость ряда. Сумма ряда. Геометрическая прогрессия.
7. Критерий Коши сходимости ряда. Необходимый признак сходимости. Гармонический ряд.
8. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сравнения.
9. Признаки сходимости рядов с положительными членами (Даламбера, Коши).
10. Абсолютная сходимость ряда. Признаки абсолютной сходимости.
11. Условно сходящиеся ряды. Признак Лейбница. Признаки Дирихле и Абеля.
12. Перестановки членов ряда. Теорема Римана.

Обращаю Ваше внимание на то, что на сайте http://igor.frolenkov.ru/onlinelab/first_year/math_analysis/ доступны материалы для подготовки к минисессии по дисциплине математический анализ в электронном виде. Также в этом же разделе сайта доступны примеры экзаменационных билетов прошлых лет, решение которых очень поможет Вам в подготовке к промежуточному экзамену.

Рекомендуемая литература

Основная литература

1. Зорич В.А. Математический анализ. Т. 2. М.: МЦМО, 2007.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Т. 2. М.: Физматлит, 2005.
3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т. 2,3. М.: Дрофа., 2003-2006.
4. Курант Р. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1,2. М.: Наука, 1970.
5. Никольский С.М. Курс математического анализа. Т. 2. М.: Наука. 1985.
6. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика. Т.3. М., Дрофа, 2004.
7. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Медведев Г.Н., Шишкин А.А. Математический анализ в вопросах и задачах. М., Наука, Физматлит, 2000.
8. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М., Физматлит, 2003.
9. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Интегралы. Ряды. М., Физматлит, 2003
10. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Функции нескольких переменных- М., Физматлит, 2003.
11. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: МГУ, 1997.
12. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1, 2, 3. М.: Физматлит, 2001.
13. Плис А.И., Сливина Н.А. Лабораторный практикум по высшей математике. М., Наука, 1994.

Дополнительная литература

1. Будак Б.М., Фомин С.В. Кратные интегралы и ряды. М.: Физматлит, 2002.
2. Грауэрт Г., Либ И., Фишер В. Дифференциальное и интегральное исчисление. М.: Мир, 1971.
3. Кытманов А.М., Лукин В.М. Математика. Учебное пособие. Ч. 1, 2. Красноярск: КрасГУ. 2006.
4. Рудин У. Основы математического анализа. М.: Мир, 1976.
5. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. М., Высшая школа, 1999.
6. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. М.: Наука, 1998.
7. Шварц Л. Анализ. М.: Мир. Т. 1,2. 1980.

На сайте http://igor.frolenkov.ru/onlinelab/first_year/math_analysis/math_an_books/ приведены также ссылки на электронные учебные пособия в составе УМКД по данной дисциплине. Эти учебные пособия размещены в библиотеке и доступны в формате pdf

**Некоторые типовые задачи. Математический анализ.
Первый семестр, осенняя минисессия, 2013-2014 год.**

1. Дайте определение:

- (a) точной верхней грани множества и записать его на языке " $\varepsilon - \delta$ ";
- (b) фундаментальной числовой последовательности;
- (c) Верхней грани множества B .
- (d) Число a является пределом последовательности x_n при $n \rightarrow \infty$.
- (e) Абсолютно сходящегося числового ряда.
- (f) Нижней грани множества B .
- (g) Последовательность x_n расходится при $n \rightarrow \infty$.
- (h) Сходящегося числового ряда.

2. Даны множества X, Y, Z . Доказать, что $(X \times Y) \cup (Z \times Y) = (X \cup Z) \times Y$.

3. Даны множества $A \subset X, B \subset Y$. Доказать, что $(A \times B) \subset (X \times Y)$.

4. Доказать, что $\forall n \in N$ число $6^{2n-2} + 3^{n+1} + 3^{n-1}$ кратно 11.

5. Доказать, что $\forall n \in N$ число $5 \cdot 2^{3n-2} + 3^{3n-1}$ кратно 19.

6. Доказать, что верхняя грань множества $\{1 - \frac{1}{2^n}\}$, $n \in N$ равна 1.

7. Доказать, что нижняя грань множества $\{\frac{n}{n^2+1}\}$, $n \in N$ равна нулю.

8. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} 4\sqrt{n} - n = -\infty$

9. Найти пределы последовательностей: $x_n = \sqrt{n^2 - 1} - (n - 1)$, $x_n = \frac{\sqrt[3]{n^2+1}}{n+2}$, $x_n = (1 + \frac{1}{2n})^{4n}$.

10. Найти пределы последовательностей: $x_n = \frac{n\sqrt{n}}{n+1}$, $x_n = \frac{n^3+2^n}{n+2^{n+1}}$, $x_n = (1 + \frac{1}{n+10})^n$.

11. Вычислить предел последовательности $a_n = \sqrt{n^3 + n^2} - \sqrt{n^3 - 3n^2 + n^4}$.

12. Используя критерий Коши, доказать, что последовательность

$$x_n = \frac{|\sin 1 + \cos 2|}{2} + \frac{|\sin 2 + \cos 4|}{2^2} + \dots + \frac{|\sin n + \cos 2n|}{2^n}$$

сходится.

13. Доказать, что последовательность $a_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$ не явл. фундаментальной.

14. Доказать, что последовательность $x_n = \frac{(-1)^n n-1}{2^n}$ не фундаментальна.

15. Найти пределы последовательностей:

$$x_n = \frac{n}{2} \sqrt[3]{1 + \frac{2}{n}} - 1, \quad x_n = \frac{n + \frac{n+1}{n^2}}{\sqrt{n^2+1}} + \left(\frac{n+2}{n+1}\right)^{2n}$$

16. Найти пределы последовательностей:

$$x_n = \frac{n^2}{n+1} - \frac{n^3}{n^2+1}, \quad x_n = \frac{\sqrt{n^2+1} - n}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}} + \frac{n \sqrt[3]{2n}}{\sqrt{n^2+1}}$$

17. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt[n]{2}-1} = +\infty$
 18. Используя критерий Коши, доказать, что последовательность $x_n = 2^{(-1)^n n}$ расходится.
 19. Доказать, что последовательность $x_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ фундаментальна.
 20. Вычислить предел $\sqrt[n]{9^n + 2^{2n}}$
 21. Доказать, что гармонический ряд расходится.
 22. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2}$
 23. Доказать, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ сходится и найти его сумму
 24. Доказать, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ сходится и найти его сумму
 25. Доказать, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{n+3}$ расходится
 26. Доказать, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1) \sin 2n}{\sqrt[3]{n^7+3n+4}}$ сходится абсолютно
 27. Доказать, что знакопеременный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\sqrt{2n+1}}{n}$ сходится
-

Демо версия. Экзаменационный билет. Математический анализ. Первый семестр,
осень 2013-2014 год.

Вариант 1

Фамилия

группа

1	2	3	4	5	Σ
6	6	6	5	8	31

1. Дайте следующие определения:

- (a) Верхней грани множества B .
- (b) Число 3 является пределом последовательности x_n при $n \rightarrow \infty$.
- (c) Абсолютно сходящегося числового ряда.

2. Доказать, что последовательность $x_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ фундаментальна.

3. Найти пределы последовательностей:

$$x_n = \frac{n}{2} \sqrt[3]{1 + \frac{2}{n}} - 1, \quad x_n = \left(\frac{n+2}{n+1} \right)^{2n}$$

4. Доказать, по определению, что $\lim_{n \rightarrow \infty} 4n - n^2 = -\infty$

5. Сформулировать и доказать теорему Вейерштрасса.

Демо версия. Экзаменационный билет. Математический анализ. Первый семестр,
осень 2013-2014 год.

Вариант 2

Фамилия

группа

1	2	3	4	5	Σ
6	6	6	5	8	31

1. Дайте следующие определения:

- (a) Нижней грани множества B .
- (b) Фундаментальной последовательности x_n .
- (c) Сходящегося числового ряда.

2. Доказать, что последовательность $x_n = \frac{(-1)^n n-1}{2^n}$ не фундаментальна.

3. Найти пределы последовательностей:

$$x_n = \frac{n^2}{n+1} - \frac{n^3}{n^2+1}, \quad x_n = \frac{\sqrt{n^2+1} - n}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}$$

4. Доказать, по определению, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt[2]{n}-1} = +\infty$

5. Сформулировать и доказать теорему о двух милиционерах.
