Программа курса "Математический Анализ". Семестр 1

(72 часа лекций, 72 часа практических занятий)

Тематический план лекций.

I. Введение в анализ.

1. Элементы теории множеств.
2. Натуральные числа. Математическая Индукция. Бином Ньютона.
3. Числа целые, рациональные, действительные. Аксиоматика множества вещественных чисел.
4. Ограниченные множества. Инфимум и супремум. Теорема о существовании точной верхней грани. Принцип Архимеда.
5. Три принциапа математического анализа. Принцип Больцано-Вейерштрасса. Теорема Кантора об интервалах. Теорема Бореля.
6. Функции. График функции. Обзор основных элементарных функций.
7. Числовые последовательности. Основные понятия и определения. Предел последовательности. Сходящиеся последовательности.
8. Теоремы о существовании предела. Критерий Коши. Монотонные последовательности и теорема Вейерштрасса.
9. Подпоследовательности. Верхний и нижний предел. Операции со сходящимися последовательностями.

II. Предел функции одной действительной переменной, непрерывность.

10. Функции и отображения. Предел функции.
11. Теоремы о пределе функции.
12. Непрерывные функции. Локальные свойства непрерывных функций.
13. Точки разрыва. Классификация точек разрыва. Точки разрыва монотонных функций.
14. Глобальные свойства непрерывных функций. Равномерно непрерывные функции. Теорема Вейерштрасса о непрерывных функциях на отрезке. Теорема Больцано-Коши о промежуточном значении. Обратная функция.
15. Асимптотическое поведение функций. Символика Ландау.

III. Дифференциальное исчисление функций одной действительной переменной.

16. Производная и дифференцируемость функции. Дифференциал.
17. Касательная. Геометрический смысл производной.
18. Производная и арифметические операции над функциями.
19. Производные сложной и обратной функции. Инвариантность формы первого дифференциала.
20. Производные и дифференциалы высших порядков.
21. Локальный экстремум. Теорема Ферма. Теорема Ролля.
22. Теорема Лагранжа. Теорема Коши.
23. Правило Лопиталя.
24. Формула Тейлора.
25. Формулы Тейлора для элементарных функций.
26. Условия монотонности функций.
27. Достаточные условия экстремума функций.
28. Условия выпуклости функций.

29. Асимптоты. Исследование и построение графика функций.

IV. Неопределенный интеграл.

30. Неопределенный интеграл и его свойства.

31. Основные методы интегрирования. Замена переменных. Интегрирование по частям.

32. Интегрирование рациональных функций. Теорема о разложение рациональных функций.

33. Интегрирование тригонометрических функций. Стандартные замены переменных.

Тематический план семинарских занятий

1. Полная Математическая Индукция.
2. Бином Ньютона. Неравенства.
3. Вещественные числа.
4. Функции.
5. Графики элементарных функций.

6-7. Предел числовой последовательности.

8. Существование предела последовательности.
9. Частичный предел.

10-12. Предел функции.

13-14. Непрерывность.

15. Точки разрыва.
16. Равномерная непрерывность.
17. Контрольная работа.
18. Производная и дифференцируемость функции. Дифференциал.
19. Правила дифференцирования.
20. Геометрический смысл производной.
21. Производные и дифференциалы высших порядков.
22. Теоремы о среднем.

23-24. Формулы Тейлора.

25. Правило Лопиталя.
26. Монотонные функции.
27. Выпуклость и вогнутость.
28. Задачи на экстремум.

29-30. Построение графиков функции.

31. Контрольная работа.
32. Основные методы интегрирования.
33. Интегрирование рациональных функций.

Литература.

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. – Т. 1,2,3. – М.: Высшая школа. – 1989.

2. Зорич В.А. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – М.: Наука. – 1984.

3. Никольский С.М. Курс математического анализа. – Т. 1,2. – М.: Наука. – 1983.

4. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – Т. 1,2,3. – – М.: Наука. – 1970.

5. Кудрявцев Л.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу. – Т. 1,2,3. – М.: Высшая школа. – 1985.

Программа курса "Математический Анализ". Семестр 2
(68 часов лекций, 68 часов практических занятий).

I. Неопределенный интеграл (окончание).

1. Неопределеный интеграл. Интегрирование иррациональных функций. Теорема Чебышова.

2. Неопределеный интеграл. Интегрирование трансцендентных функций. Интегрирование разных классов функций.

II. Определенный интеграл Римана.

3. Определенный интеграл Римана. Основные понятия и определения. Необходимое условие итегрирования.

4. Верхние и нижние Дарбе суммы интеграла. Критерий существования определенного интеграла.

5. Интегрируемые функции по Риману. Интегрируемость непрерывных и монотонных функций.

6. Свойства определенного интеграла. Первая теорема о среднем.

7. Вторая теорема о среднем.

8. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.

9. Замена переменных и интегриование по частям в итеграле Римана.

10. Несобственные интегралы. Сходимость несобственных интегралов.

11. Приложения определенного интеграла. Площадь плоской фигуры.

12. Приложения определенного интеграла. Спрямляемые кривые. Длина гладкой кривой.

13. Объемы и площади тел вращения. Статические моменты, моменты инерции, центр тяжести.

III. Числовые ряды.

14. Числовые ряды. Сходимость ряда, сумма ряда.

15. Критерий Коши сходимости ряда. Необходимое условие сходимости.

16. Ряды с неотрицатльными членами. Признак сравнения.

17. Признаки Коши, д'Аламбера, Абеля и интегральный признак.

18. Абсолютная сходимость ряда.

19. Неабсолютно сходящиеся ряды. Признак Лейбница.

20. Перестановки членов ряда. Теорема Римана.

IV. Функциональные последовательности и ряды.

21. Функциональные последовательности и ряды. Области сходимости.

22. Сходимость поточечная и сходимость равномерная. Признаки равномерной сходимости.

23. Предельный переход и Функциональные последовательности и ряды.

24. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость суммы функционального ряда.

25. Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости. Первая теорема Абеля.

26. Свойства суммы степеного ряда. Формула Коши-Адамара. Вторая теорема Абеля.

27. Ряд Тейлора. Аналитические функции.

28. Тригонометрические ряды Фурье. Минимальное свойство коэффициентов Фурье и неравенство Бесселя.

29. Ядра и интегралы Дирихле и Фейера.

30. Теорема о локализации.

31. Сходимость и равномерная рядов Фурье для кусочно-непрерывных и непрерывных функций.

32. Сходимость рядов Фурье для гладких функций.

33. Теорема Вейерширтрасса о приближении непрерывных функций многочленами.

34. Дифференцирование и интегрирование рядов Фурье.

Тематический план семинарских занятий

1-4. Неопределеный интеграл.

5-8. Определеный интеграл.

9-12. Несобственный интеграл.

13-14. Приложения интеграла.

15. Контрольная работа.

16-18. Числовые ряды.

19-20. Исследования на абсолютную и условную сходимость.

21-23. Функциональные последовательности и ряды.

24-25. Равномерная и неравномерная сходимости.

26-27. Степенные ряды.

28. Ряд Тейлора.

29-30. Ряды Фурье.

31-32. Контрольные работы.

33-34. Зачетные работы.

Литература.

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. – Т. 1,2,3. – М.: Высшая школа. – 1989.

2. Зорич В.А. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – М.: Наука. – 1984.

3. Никольский С.М. Курс математического анализа. – Т. 1,2. – М.: Наука. – 1983.

4. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – Т. 1,2,3. – – М.: Наука. – 1970.

5. Кудрявцев Л.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу. – Т. 1,2,3. – М.: Высшая школа. – 1985.

Семестр 3. (68 часов лекций , 68 часов практических занятий).

План лекций.

1. Пространство $\mathbb{R}^n$.

2. Топология пространства $\mathbb{R}^n$.

3. Функции многих переменных. Предел функций многих переменных.

4. Непрерывность функций многих переменных.

5. Свойства непрерывных функций. Равномерная непрерывность функций многих переменных.

6. Дифференциальное исчисление функций нескольких действительных переменных. Частные производные. Дифференцируемость. Существование производных и дифференцируемость. Дифференциал.

7. Производная по направлению и градиент.

8. Теоремы о среднем.

9. Частные производные и диференциалы высших порядков.

10. Формула Тейлора.

11. Локальный экстремум.

12. Неявные функции. Теорема о неявной функции.

13. Теорема о систнеме неявных функций.

14. Дифференцируемые отображения. Теорема об обратном отображении.

15. Замена переменных в выражении содержащем производные.

16. Зависимость функций.

17. Условный экстремум. Теорема Лагранжа.

18. Достаточные условия для условного экстремума.

19. Мера Жордана.

20. Кратный интеграл Римана.

21. Свойства кратного интеграла.

22. Теорема Фубини.

23. Замена переменных в кратном интеграле.

24. Приложения кратного интеграла.

25. Несобственный кратный интеграл.

26. Основные свойства несобственного кратного интеграла.

27. Собственные интегралы, зависящие от параметров.

28. Свойства собственных интегралов, зависящих от параметров. Равномерная сходимость и свойство непрерывности.

29. Дифференцируемость и интегрируемость интегралов, зависящих от параметров. Правило Лейбница.

30. Несобственные интегралы, зависящие от параметров.

31. Свойства несобственных интегралов, зависящих от параметров. Равномерная сходимость и свойство непрерывности.

32. Дифференцируемость и интегрируемость несобственных интегралов, зависящих от параметров. Правило Лейбница.

33-34. Интегралы Эйлера.

Семестр 4. (34 часа лекций, 34 часа практических занятий).

План лекций.

1. Кривые в $\mathbb{R}^n$.

Гладкие и кусочно-гладкие кривые. Касательная к кривой. Особые точки кривых. Спрямляемые кривые, длина кривой.

2. Криволинейный интеграл первого рода. Основные свойства. Связь с интегралом Римана.

3. Криволинейный интеграл второго рода. Основные свойства. Связь с криволинейным интегралом первого рода.

4. Формула Грина.

5. Теорема о независмости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования.

6. Поверхности в $\mathbb{R}^n$.

Гладкие и кусочно-гладкие поверхности. Касательная и нормаль к поверхности. Особые точки поверхностей. Квадрируемые поверхности, площадь поверхности.

7. Поверхностный интеграл первого рода. Основные свойства. Связь с кратным интегралом Римана.

8. Поверхностный интеграл второго рода. Основные свойства. Связь с поверхностным интегралом первого рода.

9. Формула Остроградского-Гаусса.

10. Формула Стокса.

11. Приложения криволинейных и поверхностных интегралов.

12. Элементы теории поля. Скалярные и векторные поля. Потенциальное поле. Градиент и оператор Гамильтона. Соленоидальное поле. Дивергенция и ротор.

13. Формула Грина, формула Стокса и формула Острогорадского-Гаусса в терминах векторного анализа. Поток векторного поля через поверхность.

14-15. Основные задачи векторного анализа.

16. Интеграл Фурье.

17. Преобразование Фурье.

План практических занятий.

1. Кривые в $\mathbb{R}^n$. Касательная к кривой.
2. Криволинейный интеграл первого рода.
3. Криволинейный интеграл второго рода.
4. Формула Грина.
5. Теорема о независмости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования.
6. Поверхности в $\mathbb{R}^n$. Касательная и нормаль к поверхности.
7. Поверхности в $\mathbb{R}^n$. Квадрируемые поверхности, площадь поверхности.
8. Поверхностный интеграл первого рода.
9. Контрольная работа.
10. Поверхностный интеграл второго рода.
11. Формула Остроградского-Гаусса.
12. Формула Стокса.
13. Приложения криволинейных и поверхностных интегралов.
14. Элементы теории поля. Скалярные и векторные поля. Потенциальное поле. Градиент и оператор Гамильтона. Соленоидальное поле. Дивергенция и ротор.
15. Основные задачи векторного анализа.
16. Интеграл Фурье и преобразование Фурье.
17. Контрольная работа.