

Программа курса "Математический Анализ".

Семестр 2. Минисеместр 2.

(34 часа лекций, 34 часа практических занятий)

Тематический план лекций.

III. Числовые ряды.

18. Числовые ряды. Сходимость ряда, сумма ряда. Теорема об остатке ряда.
19. Критерий Коши сходимости ряда. Необходимое условие сходимости.
20. Ряды с неотрицательными членами. Критерий сходимости. Признак сравнения (Вейерштрасса).
21. Признаки Коши, д'Аламбера и интегральный признак.
22. Абсолютная сходимость ряда. Критерий абсолютной сходимости. Критерий Коши абсолютной сходимости ряда.
23. Неабсолютно сходящиеся ряды. Признак Лейбница. Признаки Абеля Дирихле.
24. Перестановки членов ряда. Теорема Римана.

IV. Функциональные последовательности и ряды.

25. Функциональные последовательности и ряды. Области сходимости. Сходимость поточечная и сходимость равномерная. Критерий равномерной сходимости функциональной последовательности.
26. Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности.
27. Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности. Необходимое условие равномерной сходимости.
28. Признаки Вейерштрасса, Дирихле, Абеля и Лейбница равномерной сходимости.
29. Теорема о предельном переходе в функциональных последовательностях и рядах.
30. Теоремы о непрерывности, дифференцируемости и интегрируемости суммы функционального ряда.
31. Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости. Первая теорема Абеля.
32. Формула Коши-Адамара. Теорема Даламбера о радиусе сходимости. Вторая теорема Абеля.
33. Свойства суммы степенного ряда (непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость).
33. Ряд Тейлора. Вещественно-аналитические функции. Теорема о достаточном условии аналитичности. Пример не вещественно-аналитической функции. Теорема об остатке в формуле Тейлора в форме Коши и в интегральной форме.
34. Тригонометрические ряды Фурье. Минимальное свойство коэффициентов Фурье и неравенство Бесселя.
35. Ядро и интеграл Дирихле. Теорема о локализации.
36. Поточечная сходимость рядов Фурье для кусочно-непрерывных и непрерывных функций. Условие Дини.

37. Ядро и интеграл Фейера. Равномерная сходимость рядов Фурье методом средних арифметических.

38. Почленное дифференцирование и интегрирование рядов Фурье. Сходимость рядов Фурье для гладких функций.

39. Теорема Вейерштрасса о приближении непрерывных функций многочленами.

Тематический план семинарских занятий

18-19. Несобственные интегралы. Вычисление. Признаки сходимости.

20-21. Исследования на абсолютную и условную сходимость.

22-23. Числовые ряды. Признаки сходимости.

24-25. Исследования рядов на абсолютную и условную сходимость.

26-27. Функциональные последовательности и ряды. Признаки сходимости.

28-29. Равномерная и поточечная сходимости. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость.

30-31. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости.

32-33. Ряд Тейлора. Разложение функций в ряд.

34. Контрольная работа.

Литература.

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. – Т. 1,2,3. – М.: Высшая школа. – 1989.

2. Зорич В.А. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – М.: Наука. – 1984.

3. Никольский С.М. Курс математического анализа. – Т. 1,2. – М.: Наука. – 1983.

4. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – Т. 1,2,3. – М.: Наука. – 1970.

5. Кудрявцев Л.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу. – Т. 1,2,3. – М.: Высшая школа. – 1985.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

(семестр 2, типовое задание на минисессию 2, 2015 г.)

1. Дайте определение степенного ряда (7 баллов).
2. Сформулируйте и докажите признак Коши сходимости числового ряда (7+7=14 баллов).

2. Исследуйте несобственный интеграл

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin 2x \, dx}{x}$$

на сходимость и абсолютную сходимость (10 баллов)

3. Исследуйте числовой ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\sqrt{k}}$$

на сходимость и абсолютную сходимость (10 баллов)

4. Исследуйте функциональную последовательность $\{(1-x)^k\}_{k \in \mathbb{N}}$ на поточечную и равномерную сходимость на множествах $M_1 = [1, 3/2]$ и $M_2 = [1, 2)$ (18 баллов)

5. Найдите область сходимости степенного ряда (10 баллов)

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k x^k}{\sqrt{k}}$$

6. Разложите функцию e^{3x^2+1} в ряд Тейлора (11 баллов)