

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Типовые задачи
Семестр 3, часть 2

1. Изменить порядок интегрирования в интеграле

$$\int_0^{2a} dx \int_{\sqrt{2ax-x^2}}^{\sqrt{2ax}} f(x, y) dy \quad (a > 0).$$

2. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_{\Omega} (x + y) dx dy,$$

где область интегрирования Ω ограничена кривой $x^2 + y^2 = x + y$.

3. Вычислить тройной интеграл

$$\iiint_G xy^2 z^3 dx dy dz,$$

если область G ограничена поверхностями $z = xy$, $y = x$, $x = 1$, $z = 0$.

4. Вычислить несобственный интеграл

$$\iint_G \frac{dx dy}{x^p y^q}$$

если $G = \{xy \geq 1, x \geq 1\}$.

5. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми $xy = a^2$, $xy = 2a^2$, $y = x$, $y = 2x$ ($x > 0, y > 0$).

ПРОГРАММА

по математическому анализу,
второй курс, третий семестр, часть вторая

1. Построение меры Жордана в \mathbb{R}^n .
2. Кратный интеграл Римана.
3. Ограниченность интегрируемых функций.
4. Верхние и нижние суммы Дарбу и их свойства.
5. Критерий интегрируемости Римана.
6. Интегрируемость непрерывных функций.
7. Свойства кратного интеграла.
8. Теорема о среднем для кратного интеграла
9. Теорема Фубини в \mathbb{R}^2 .
10. Теорема Фубини в \mathbb{R}^n .
11. Замена переменных в кратном интеграле.
12. Несобственный кратный интеграл и его свойства.
13. Несобственный интеграл от положительных функций.
14. Абсолютная интегрируемость несобственного кратного интеграла.

Литература

1. Л.Д.Кудрявцев, Основы математического анализа, т.2,3, Высшая школа, М., 1989.
2. А.М.Кытманов, Е.К.Лейнартас и др. Математический анализ с элементами алгебры, аналитической геометрии и функционального анализа, Юрайт, М., 2012.

Третий семестр

Экзаменационная работа 6

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Вариант 0

1. Доказать теорему Фубини в \mathbb{R}^2 .
2. Сформулировать критерий интегрируемости Римана.

(5 баллов)

3. Дать определение интегральной суммы.

(5 баллов)

4. Изменить порядок интегрирования в интеграле

$$\int_1^2 dx \int_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy.$$

(10 баллов)

5. Вычислить интеграл

$$\iint_{x^2+y^2 \leq 1} \left| \frac{x+y}{\sqrt{2}} - x^2 - y^2 \right| dx dy.$$

(10 баллов)

6. Вычислить несобственный интеграл

$$\iint_{x^2+y^2 \leq x} \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy.$$

(10 баллов)