Институт математики и фундаментальной информатики
Сибирский федеральный университет

Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений

Красноярск, 2020

1. Введение

В конце второго курса обучения в Институте математики Сибирского федерального университета наступает момент, когда все студенты должны выбрать кафедру и направление дальнейшей научной специализации.

Информация, представленная в данном документе нацелена на то, чтобы обзорно рассказать Вам о составе, истории, работе кафедры и помочь сделать правильный выбор.

Мы приглашаем всех, кого интересует высокая квалификация, плодотворная работа и хорошие результаты, на кафедру математического анализа и дифференциальных уравнений.

По любым вопросам, касающимся выбора специализации, Вы можете свободно обращаться ко мне и ко всем сотрудникам кафедры по электронной почте или адресовать Ваши вопросы в публичную группу в Telegram.

Страница кафедры на сайте института математики: http://math.sfu-kras.ru/node/202?tab=1	**Группа для вопросов и обсуждений в Telegram:** https://t.me/spec_madu_imfi

Электронная почта: igor@frolenkov.ru

И.о. заведующего кафедрой
Фроленков Игорь Владимирович

2. Общая информация о кафедре

Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений является одной из старейших кафедр Института математики. Она была создана в далеком 1969 году вместе с основанием математического факультета Красноярского государственного университета.

На самом деле история кафедры уходит корнями еще глубже к 1965 году, когда КрасГУ был филиалом Новосибирского госуниверситета. Первый заведующий (с 1965 по 1970) доктор физико-математических наук, профессор Айзенберг Лев Абрамович; в 1970-72 годах кафедрой руководил доктор физико-математических наук, профессор Александр Петрович Южаков. В 1972 году кафедра математического анализа была преобразована в кафедру математического анализа и дифференциальных уравнений, её заведующим был избран Юрий Яковлевич Белов. С 2019 года исполняющим обязанности заведующего кафедрой назначен Игорь Владимирович Фроленков.

С кафедрой уже с первого курса явно или косвенно знаком любой из студентов Института математики и фундаментальной информатики. На кафедре читаются курсы по математическому анализу, обыкновенным дифференциальным уравнениям, уравнениям математической физики, теории функций действительного переменного, и многие другие дисциплины, являющиеся фундаментальными курсами математического образования.

Основной задачей кафедры мы видим обеспечение студентов достаточным уровнем знаний, умений и навыков в области математики и информационных технологий с учетом направления подготовки, обучение студентов применению полученных знаний в профессиональной деятельности. Мы стремимся предоставить студентам кафедры возможность заниматься интересными научными проблемами, публиковать результаты своих научных исследований, принимать участие в крупных научных конференциях и симпозиумах.

Специализация построена так, чтобы выработать у студентов способность самостоятельно проводить исследования в обозначенных областях, а также применять полученные навыки при проведении исследований в других областях науки и на высокотехнологичных и наукоемких производствах.

Основными научными направлениями работы кафедры являются:

- Общая теория дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений;
- Нелинейные, неклассические и обратные задачи математической физики: исследование корректности и качественных свойств;
- Теория дифференциально-операторных уравнений, теория псевдодифференциальных операторов;
- Групповой анализ уравнений с частными производными;
- Вычислительная гидродинамика;
- Применение систем компьютерной алгебры в мат. анализе и дифференциальных уравнениях;
- Многомерный комплексный анализ;

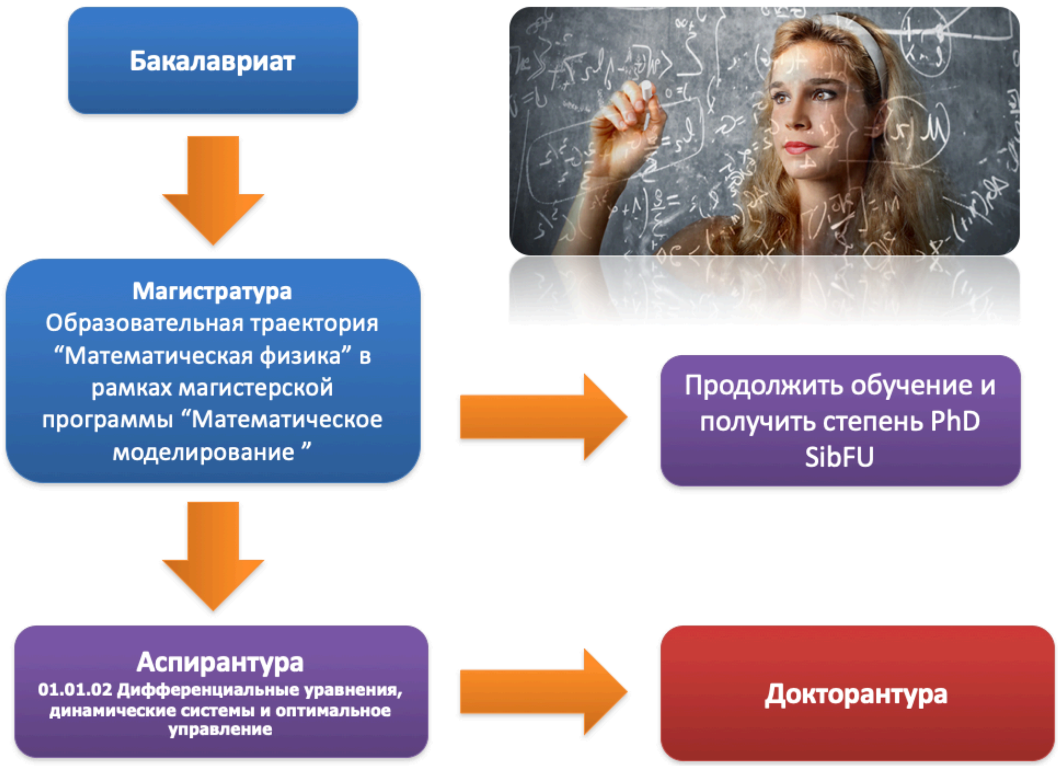
Мы готовы предложить очень сильный преподавательский состав. На сегодняшний день на кафедре работают высококвалифицированные преподаватели, из которых 7 профессоров / докторов наук, 11 доцентов / кандидатов наук и 4 ассистента. Все сотрудники доступны и открыты для консультаций.

Сотрудники, которые берут на специализацию бакалавров и магистрантов:

- **Бекежанова Виктория Бахытовна**, проф. кафедры, докт. физ.-мат. наук
- **Капцов Олег Викторович**, проф. кафедры, докт. физ.-мат. наук
- **Кузоватов Вячеслав Игоревич**, доцент кафедры, канд. физ.-мат. наук
- **Кытманов Александр Мечиславович**, проф. кафедры, докт. физ.-мат. наук
- **Лейнартас Евгений Константинович**, проф. кафедры, докт. физ.-мат. наук
- **Любанова Анна Шоломовна**, доцент кафедры, канд. физ.-мат. наук
- **Полынцева Светлана Владимировна**, доцент кафедры, канд. физ.-мат. наук
- **Родионов Александр Алексеевич**, проф. кафедры, докт. физ.-мат. наук
- **Романенко Галина Викторовна**, доцент кафедры, канд. физ.-мат. наук
- **Сенашов Сергей Иванович**, проф. кафедры, докт. физ.-мат. наук
- **Сорокин Роман Викторович**, доцент кафедры, канд. физ.-мат. наук
- **Степанова Ирина Владимировна**, доцент кафедры, канд. физ.-мат. наук
- **Фроленков Игорь Владимирович**, доцент кафедры, канд. физ.-мат. наук
- **Шанько Юрий Вадимович**, доцент кафедры, канд. физ.-мат. наук
- **Шипина Татьяна Николаевна**, доцент кафедры, канд. физ.-мат. наук
- **Шишкина Ольга Андреевна**, доцент кафедры, канд. физ.-мат. наук
- **Черепанова Ольга Николаевна**, доцент кафедры, канд. физ.-мат. наук

Немного ниже будет приведена краткая информация о научных направлениях и специализации сотрудников кафедры.

Возможные образовательные траектории



Помимо специализации в рамках бакалавриата, кафедра реализует образовательную траекторию “Математическая физика” в рамках магистерской программы “01.04.02.01 Математическое моделирование”. Все бакалавры-выпускники кафедры имеют возможность продолжить обучение в магистратуре, продолжая исследования и расширяя ранее полученные знания.

На кафедре открыт прием в очную аспирантуру и докторантуру по специальности 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

Основные академические партнеры кафедры:

- Институт Вычислительного Моделирования СО РАН, Красноярск,
- Новосибирский госуниверситет, Новосибирск,
- Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск,
- Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Москва,
- Казанский (Приволжский) федеральный университет, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского, Региональный научно-образовательный математический центр КФУ, Казань
- Институт математики Национальной академии наук Республики Армения, Ереван, Армения
- Университет Гвадалахары в Мексике

Область профессиональной деятельности выпускников:

- Наукоемкие высокотехнологичные производства;
- Научно-исследовательские и аналитические центры разного профиля;
- Социально-экономическая сфера - фонды, страховые и управляющие компании, финансовые организации и бизнес-структуры;
- Образовательные организации высшего образования;
- IT – отрасль.

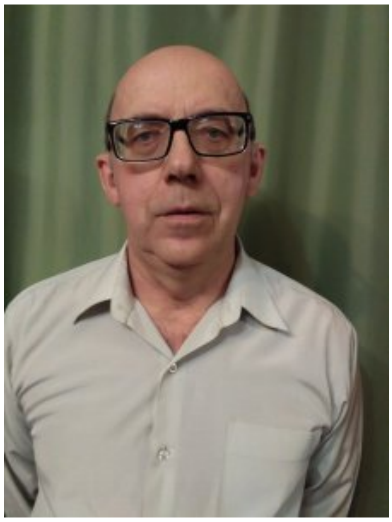
Приглашаем студентов, заканчивающих второй курс ИМиФИ СФУ, а также поступающих в магистратуру на специализацию по кафедре Математического анализа и дифференциальных уравнений ИМиФИ СФУ.

На кафедре всегда культивируется ответственное отношение к делу, высокие требования к математической грамотности преподавателей, доброжелательное и заинтересованное внимание к студентам.

Показателем качества учебы студентов, специализирующихся на кафедре, является не только высокая востребованность наших выпускников, но и их победы на различных конкурсах и научных конференциях. Наши студенты за успешную учебу и научные успехи, регулярно получают дипломы на всероссийских и международных научных конференциях.

Двери кафедры открыты для всех, кого интересует хорошее образование, качественная наука и высокая квалификация в области математики.

Мы будем рады встрече и плодотворной работе.



Капцов Олег Викторович
Доктор. физ.- мат. наук., профессор

Профессор кафедры МАиДУ ИМиФИ СФУ

Ведущий научный сотрудник ИВМ ФИЦ КНЦ СО РАН

e-mail: profkap@gmail.com
www: http://math.sfu-kras.ru/node/523

Нахождение решений алгебраических и дифференциальный уравнений имеет богатую историю. Данной тематикой занимались многие выдающиеся ученые прошлого и настоящего.

Они создали мощные методы исследования и построения решений уравнений. Как известно, Галуа исследовал проблему нахождения общего решения алгебраического уравнения произвольной степени. Наиболее ценными были методы предложенные Галуа. Решая эти задачи, он заложил основы современной алгебры, вышел на такие фундаментальные понятия, как группа и поле.

Позднее Софус Ли предложил новые методы решения дифференциальных уравнений. Он также использовал группы преобразований и ввел знаменитые группы и алгебры Ли.

Разработанные методы нашли применение в исследовании различных моделей механики, физики, химии и других науках. В настоящее время разрабатываются новые методы построения точных решений обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными.

Ниже приведены возможные постановки задач для студентов, специализирующихся на кафедре Математического анализа и дифференциальных уравнений.

1. Преобразование Эйлера-Дарбу линейных эллиптических уравнений 2-го порядка.
2. Дифференциальные связи для нелинейных гиперболических уравнений (метод определяющих уравнений)
3. Корни квадратные из отображений F: Rn -> Rn
4. Применение систем компьютерной алгебры в мат. анализе и дифференциальных уравнениях

Кузоватов Вячеслав Игоревич

Канд. физ.- мат. наук.

Доцент кафедры МАиДУ ИМиФИ СФУ

e-mail: VKuzovatov@sfu-kras.ru
www: http://math.sfu-kras.ru/node/851

Предлагаемые направления специализации для студентов/магистрантов (2019/2020 года)

1. Дзета-функция Римана. Интегральные представления и функциональное соотношение.
2. Системы неалгебраических уравнений. Дзета-функция корней. Нахождение сумм кратных числовых рядов.
3. Разработка концепции результанта двух целых функций.

Требуется: Хорошее знание математического анализа и теории функций комплексного переменного. Высокий уровень самостоятельности в работе.

Классическая теорема Виета, изучаемая в школе для квадратных уравнений, связывает между собой коэффициенты алгебраического уравнения и элементарные симметрические функции его корней. Известные рекуррентные формулы Ньютона устанавливают связь между степенными суммами корней уравнения и его коэффициентами. Эти формулы можно получить с помощью интегральной формулы Коши. Данное обстоятельство позволяет расширить класс функций, для которых справедливы рекуррентные формулы. А именно, для класса целых функций конечного порядка роста можно получить формулы, связывающие между собой коэффициенты разложения Тейлора функции и степенные суммы нулей в отрицательной степени.

На основе данных исследований возник метод нахождения сумм кратных числовых рядов. Он заключается в том, чтобы сумму данного ряда представить в виде степенной суммы корней некоторой системы уравнений.

Если говорить о приложениях, то данные методы исследования находят применение в химической кинетике при исследовании стационарных состояний одномаршрутного и многомаршрутного механизмов химической реакции.

Кытманов Александр Мечиславович

Доктор. физ.- мат. наук., профессор

Профессор кафедры МАиДУ ИМиФИ СФУ

e-mail: AKytmanov@sfu-kras.ru
www: http://math.sfu-kras.ru/node/231

Направления специализации:

1. Многомерный комплексный анализ;
2. Компьютерная алгебра.

Классическая теорема Виета, изучаемая в школе для квадратных урав-нений, связывает между собой коэффициенты алгебраического уравнения и элементарные симметрические функции его корней. Известные рекуррентные формулы Ньютона устанавливают связь между степенными суммами корней уравнения и его коэффициентами. Эти формулы можно получить с помощью интегральной формулы Коши. Данное обстоятельство позволяет расширить класс функций, для которых справедливы рекуррентные форму-лы. А именно, для класса целых функций конечного порядка роста можно получить формулы, связывающие между собой коэффициенты разложения Тейлора функции степенные суммы нулей в отрицательной степени.

Для функций многих переменных дело обстоит значительно сложнее. На основе результанта Сильвестра для двух многочленов, был создан класси-ческий метод исключения неизвестных из алгебраических систем уравнений. В XX веке Бухбергером была разработана его модификация (метод базисов Гребнера-Ширшова).

Для алгебраических систем уравнений многомерные аналоги рекур-рентных формул Ньютона для степенных сумм корней и коэффициентов уравнений были даны Л.А.Айзенбергом и А.М.Кытмановым в конце прошло-го века. Для различных типов систем эти формулы различны. На основе дан-ных формул возник новый метод исключения неизвестных из систем алгеб-раических уравнений. Он вполне алгоритмизуем, поэтому была дана его компьютерная реализация в системах Maple и Matematika. Кроме того дан-ный метод нашел применение в химической кинетике при исследовании ста-ционарных состояний одномаршрутного и многомаршрутного механизмов химической реакции. Большая часть результатов в этом направлении была собрана в монографии В.И.Быкова, А.М.Кытманова и М.З.Лазмана «Методы исключения в компьютерной алгебре многочленов», переведенной в изда-тельстве Kluwer в 1998 г.

Переход к неалгебраическим системам уравнений осложняется тем, что они, как правило, имеют бесконечное число решений, а также тем, что фор-мулы преобразования вычета Гротендика и многомерного логарифмического вычета нуждаются в модификации.

Даже понятие результанта для двух целых функций на комплексной плоскости не было известно. Не были также известны аналоги теорем Эрмита и Кронекера о локализации корней целой функции.

В результате исследований были получены (для определенного вида систем целых функций конечного порядка роста) формулы для вычисления вычетных интегралов, а также установлена связь между этими интегралами и степенными суммами корней системы в отрицательной степени (многомер-ные аналоги формул Варинга). Данные формулы оказались вполне алгорит-мизируемы и для них получена компьютерная реализация в системах Matematika и Maple.

С их помощью возник метод нахождения сумм кратных числовых рядов. Он заключается в том, чтобы сумму данного ряда представить в виде степенной суммы корней некоторой системы уравнений.

Разработана концепция результанта двух целых функций конечного по-рядка. Доказаны теоремы о локализации нулей целой функции: количестве нулей, количестве вещественных нулей, количестве чисто мнимых нулей. Эти результаты обобщают классические теоремы Эрмита и Кронекера для многочленов.

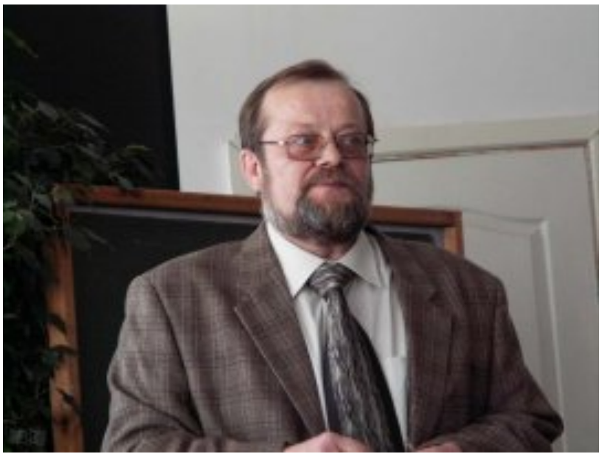
Лейнартас Евгений Константинович

Доктор физ.- мат. наук, доцент

Профессор кафедры МАиДУ ИМиФИ СФУ

Профессор кафедры ТФ ИМиФИ СФУ

e-mail: ELeinartas@sfu-kras.ru
www: http://math.sfu-kras.ru/node/293



Теория конечных разностей – это раздел математики, в котором изучаются функции при дискретном изменении аргумента. Первые результаты можно найти в работах П. Ферма, И. Барроу, Г. Лейбница, а характер самостоятельной математической дисциплины теория приобрела в 18 веке. Первое систематическое исследование по теории конечных разностей было написано Л. Эйлером в 1755 году.

Одной из основных задач теории конечных разностей является задача суммирования функций дискретного аргумента, с которой тесно связано развитие теории уравнений в конечных разностях.

Одномерная теория линейных разностных уравнений хорошо развита, имеет вполне завершённый вид и вместе с теорией производящих функций нашла многочисленные применения в перечислительном комбинаторном анализе, теории дискретных динамических систем и других областях математики.

Трудности перехода к многомерному случаю вполне аналогичны тем проблемам, которые возникают при переходе от теории обыкновенных дифференциальных уравнений к уравнениям в частных производных. В 2000 году, в работе Bousquet-Mélou M., Petkovŝek M. были получены первые фундаментальные результаты в теории многомерных линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами, а также их применения для решения ряда важных проблем современного комбинаторного анализа.

Методы комплексного анализа (кратные ряды и интегральные представления, теория вычетов, теория амёб алгебраических гиперповерхностей) позволили получить серьёзные продвижения как в теории многомерных разностных уравнений, так и в её приложениях. Например, в задаче суммирования функций нескольких дискретных аргументов получить различные варианты знаменитой формулы Эйлера-Маклорена.

Направления специализации:

1. Функции векторного разбиения и суммирование по целым точкам рациональных многогранников;
2. Обобщенные числа Фибоначчи и основное рекуррентное соотношение комбинаторного анализа.

Любанова Анна Шоломовна

Канд. физ.- мат. наук., доцент

Доцент кафедры МАиДУ ИМиФИ СФУ

Доцент кафедры систем автоматики, автоматизированного управления и проектирования ИКИТ СФУ

e-mail: ALyubanova@sfu-kras.ru
www: http://math.sfu-kras.ru/node/1095

Область научных исследований: корректность и свойства решений краевых задач для дифференциальных уравнений и систем, возникающих при моделировании процессов теплопереноса, фильтрации в трещиноватых средах (например, нефти), волновых процессов, квазистационарных процессов в кристаллических полупроводниках и т. п.

Корректность задачи включает в себя существование, единственность и непрерывную зависимость решения от исходных данных задачи.

Исследуемые задачи включают в себя прямые задачи в ограниченных областях, нелокальные задачи, а также обратные задачи восстановления коэффициентов дифференциальных уравнений, характеризующих физические свойства среды (проницаемость, сжимаемость, тепло- или электропроводность и т. д.).

Физические свойства среды восстанавливаются с помощью дополнительной информации о решении на границе. Коэффициенты и решения описанных выше уравнений и систем характеризуют физические свойства среды, которые трудно определить экспериментально (например, гидравлические свойства и проницаемость трещиноватой среды).

Данные характеристики следует находить с помощью математических моделей на основе дополнительных данных о поведении среды. Это приводит к необходимости постановки и изучения обратных и нелокальных задач для диффузионных уравнений и систем.

В круг научных интересов входят теоретические и при необходимости прикладные исследования.

Полынцева Светлана Владимировна
Канд. физ.- мат. наук.

Доцент кафедры МАиДУ ИМиФИ СФУ

e-mail: SPolyntseva@sfu-kras.ru
www: http://math.sfu-kras.ru/node/284

Направления специализации для студентов/магистрантов:
Исследование однозначной разрешимости коэффициентных обратных задач для линейных, полулинейных, квазилинейных многомерных параболических уравнений.

Коэффициентные обратные задачи для многомерных параболических уравнений

Обратными задачами для дифференциальных уравнений принято называть задачи определения коэффициентов дифференциальных уравнений, границы области, граничных или начальных условий по той или иной информации о решениях этих уравнений. Многие важные прикладные вопросы, касающиеся упругих смещений, электромагнитных колебаний, диффузионных процессов и др. приводят к обратным задачам.

Интерес к обратным задачам особенно интенсивен в последние 50 лет в связи с их важным прикладным значением. Они находят приложения при решении задач мониторинга окружающей среды, управления процессами, распространения инфекций, планирования разработки нефтяных месторождений, при создании новых приборов, аппаратов и др.

Одним из сложных для исследования классов обратных задач являются коэффициентные обратные задачи. Коэффициентные обратные задачи - задачи об определении коэффициентов дифференциальных операторов (обыкновенных или в частных производных) по некоторой информации о решении. В частности, коэффициентные обратные задачи для многомерных параболических уравнений – это задачи, в которых вместе с решениями многомерных параболических уравнений неизвестными являются и коэффициенты данных уравнений.

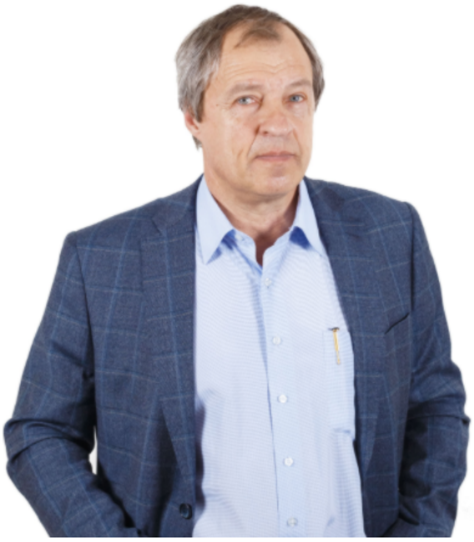
Сенашов Сергей Иванович

Доктор физ.- мат. наук, профессор

Профессор кафедры МАиДУ ИМиФИ СФУ

Зав. Кафедрой информационных экономических систем СибГУ им. М.Ф. Решетнева

e-mail: SSenashov@sfu-kras.ru
www: http://math.sfu-kras.ru/node/1476



Дифференциальные уравнения – это язык, на котором написаны основные уравнения, описывающие движение, течения и деформации сплошных сред.

Поэтому основная цель большей части математиков всего мира – это научиться решать дифференциальные уравнения. Решать их можно разными способами и аналитически, и численно. Но в любом случае их надо тщательно и всесторонне изучать. Без изучения и понимания сути дифференциальных уравнений невозможны никакие способы успешного их решения.

Один из эффективных методов такого изучения – это метод исследования симметрий и построения законов сохранения для дифференциальных уравнений. Как правило, правильно построенные дифференциальные уравнения имеют достаточно большой запас и симметрий, и законов сохранения. Надо их только найти, а потом эффективно использовать.

В этом направлении будет идти работа по исследованию и решению дифференциальных уравнений. В силу научных предпочтений руководителя это будут, в основном, дифференциальные уравнения, описывающие напряженно-деформированное состояние материалов.

Направления специализации:

1. Симметрии уравнений пластичности и их использование для решения краевых задач.
2. Законы сохранения уравнений пластичности и их использование для решения краевых задач.
3. Контактные преобразования и их приложения.

Романенко Галина Викторовна

Канд. физ.- мат. наук

Доцент кафедры МАиДУ ИМиФИ СФУ

e-mail: GRomanenko@sfu-kras.ru
www: http://math.sfu-kras.ru/node/279

Научные направления, профессиональные интересы:

Исследование корректности обратных задач для параболических уравнений и систем специального вида с данными Коши.

Преподаваемые дисциплины

- математический анализ
- уравнения математической физики
- теория и методы решения нелинейных дифференциальных уравнений
- некорректные задачи

Сорокин Роман Викторович
Канд. физ.- мат. наук., доцент

Доцент кафедры МАиДУ ИМиФИ СФУ

e-mail: rsorokin@sfu-kras.ru
www: http://math.sfu-kras.ru/node/233

Направления специализации:

1. Исследование корректности задач идентификации коэффициентов (обратных) для дифференциальных уравнений и систем.

Вопросы корректности (существование, единственность решения задачи, а также исследование непрерывной зависимости от входных данных) являются очень важными при постановках задач математического моделирования. Поэтому задачи исследования корректности всегда являются актуальными. Особенно актуальными данные вопросы являются для класса обратных задач, где нет единой теории, позволяющей доказать однозначную разрешимость.

В качестве тем для исследования студентам предлагается исследование корректности различных обратных коэффициентных задач как для обыкновенных дифференциальных уравнений, так и для уравнений в частных производных, описывающих различные процессы. В качестве основных методов доказательства используются методы расщепления на дифференциальном уровне и метод последовательных приближений.

Требуется хорошее знание математического анализа, дифференциальных уравнений, умение строить строгие доказательства, желание глубоко разбираться в новой теме.

2. Визуализация решений различных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частых производных.

В рамках изучения курса «Дифференциальные уравнения», а в будущем курса «Уравнения математической физики» вы познакомились (и еще познакомитесь) с различными постановками задач для дифференциальных уравнений. Все они описывают те или иные физические, химические, биологические и другие процессы. В рамках данной тематики студентам предлагается написать программу, позволяющую производить визуализацию (отображение на экране графиков, движения тел и т.д.) решений различных постановок задач с той целью, чтобы было понятно, на какие свойства решения влияет изменение того или иного коэффициента уравнения или вида начальных данных. В рамках данной тематики требуется также подобрать наглядные примеры постановок задач для демонстрации.

Требуется хорошее знание дифференциальных уравнений, умение программировать (язык программирования можно использовать любой), умение связать математическую постановку задачи с задачей из реального мира, иметь творческий подход к решению задач.

Степанова Ирина Владимировна
Канд. физ.- мат. наук, доцент

Доцент кафедры МАиДУ ИМиФИ СФУ

Старший научный сотрудник отдела дифференциальных уравнений механики ИВМ ФИЦ КНЦ СО РАН

e-mail: IVStepanova@sfu-kras.ru
www: http://math.sfu-kras.ru/node/524

А слыхали Вы ли про алгебры Ли?

Слово «симметри́я» у древних означало соразмерность, которая может выражаться в различных формах, не только в тождестве. Вообще говоря, симметрия – это категория, обозначающая сохранение признаков объектов относительно изменений.

Геометрическая симметрия — это наиболее известный для многих людей тип симметрии. Геометрический объект называется симметричным, если после того как он был преобразован геометрически, он сохраняет некоторые исходные свойства. Например, круг, повёрнутый вокруг своего центра, будет иметь ту же форму и размер, что и исходный круг. Поэтому круг называется симметричным относительно вращения (имеет осевую симметрию).

Симметрию могут иметь не только геометрические фигуры, произведения искусства (золотое сечение в архитектуре и скульптуре, структура музыкальных произведений), природные объекты (снежинки, кристаллы, человеческое тело), но и уравнения. Норвежский математик Софус Ли (1842-1899) обнаружил, что все специальные методы решения разных видов обыкновенных дифференциальных уравнений основаны на инвариантности каждого уравнения относительно некоторой непрерывной группы преобразований, т.е. симметричны относительно этой группы. Теперь такие группы называются группами Ли. Во взаимно-однозначное соответствие группе Ли преобразований ставится алгебра Ли дифференциальных операторов. Тем самым, изучать свойства симметрий дифференциальных уравнений можно, используя алгебраический аппарат.

В механике поведение физической системы описывается, как правило, дифференциальными уравнениями. Если эти уравнения обладают какими-либо симметриями, то часто удаётся упростить их решение путём нахождения сохраняющихся величин (интегралов движения). Так, уже в классической механике Эммой Нётер (1882-1935) сформулирована теорема, которая каждому типу непрерывной симметрии сопоставляет сохраняющуюся величину. Из данной теоремы, например, следует, что инвариантность уравнений движения тела с течением времени приводит к закону сохранения энергии; инвариантность относительно сдвигов в пространстве — к закону сохранения импульса; инвариантность относительно вращений — к закону сохранения момента импульса.

Концепцию использования свойств симметрии в механике сплошных сред разработал российский математик, механик, академик Лев Васильевич Овсянников (1919-2014). С помощью этой теории можно описать общую структуру дифференциальных уравнений, выделить определенные классы решений, отыскание которых в каком-либо смысле проще по сравнению с общим решением, построить законы сохранения, вывести новые решения из уже известных. Это в свою очередь способствует решению новых конкретных краевых и начально-краевых задач, выявлению дополнительных особенностей описываемых процессов, получению широкого набора тестов для апробации численных методов.

Симметрия – любимица физиков. Она научила их классифицировать кристаллы и элементарные частицы, решать уравнения, вычислять вероятности квантовых переходов, выводить законы сохранения, объединять бозоны с фермионами, заглядывать в пространства высоких размерностей.

Хотите присоединиться к познанию прекрасного мира симметрий дифференциальных уравнений?

На кафедре МАиДУ ИМиФИ СФУ исследованием свойств дифференциальных уравнений с точки зрения группового (симметрийного) анализа, а также вопросами интегрирования моделей механики сплошных сред и их редукций занимаются:

Д.ф.-м.н., профессор Капцов Олег Викторович
Д.ф.-м.н., профессор Родионов Александр Алексеевич
Д.ф.-м.н., профессор Сенашов Сергей Иванович
К.ф.-м.н., доцент Шанько Юрий Вадимович
К.ф.-м.н., доцент Степанова Ирина Владимировна

Фроленков Игорь Владимирович
Канд. физ.- мат. наук., доцент

Доцент кафедры МАиДУ ИМиФИ СФУ

И.о. заведующего кафедрой МАиДУ ИМиФИ СФУ

e-mail: igor@frolenkov.ru
www: http://math.sfu-kras.ru/node/289,
www: http://igor.frolenkov.ru

Направления специализации:

1. Обратные задачи для уравнений теплопроводности (задачи идентификации коэффициентов). Методы исследования. Вопросы существования и единственности решений. Изучение свойств решений.

Требуется: Хорошее знание математического анализа и дифференциальных уравнения. Высокий уровень самостоятельности в работе.

2. Проектирование и разработка инженерных инструментов в нефтяной отрасли. (Creating tool that builds a pressure-temperature phase diagram for the given gas compositions. Featuring comparison of compositions and flash calculations.)

Требуется: Хорошие базовые математические знания. Хорошие навыки программирования и WEB-программирования. Уровень английского языка, достаточный для чтения научных статей.

3. Методы исследования нелинейных нагруженных уравнений и систем с данными Коши. Изучение свойств решений.

Требуется: Хорошее знание математического анализа и дифференциальных уравнений, понимание, что такой обратные задачи и понимание методов приведения обратных задач к прямым. Высокий уровень самостоятельности в работе.

Черепанова Ольга Николаевна

Канд. физ.- мат. наук., доцент

Доцент кафедры МАиДУ ИМиФИ СФУ

Директор ИМиФИ СФУ

e-mail: OCherepanova@sfu-kras.ru
www: http://math.sfu-kras.ru/node/232

Направления специализации:

1. Обратные задачи для уравнений в частных производных и ОДУ. Методы исследования. Вопросы существования и единственности решений. Изучение свойств решений.

Требуется: Хорошее знание математического анализа и дифференциальных уравнения. Высокий уровень самостоятельности в работе.

2. Обратные задачи для уравнений в частных проихводных и ОДУ Методы исследования. Вопросы существования и единственности решений. Изучение свойств решений.

Требуется: Хорошее знание математического анализа и дифференциальных уравнения. Высокий уровень самостоятельности в работе.

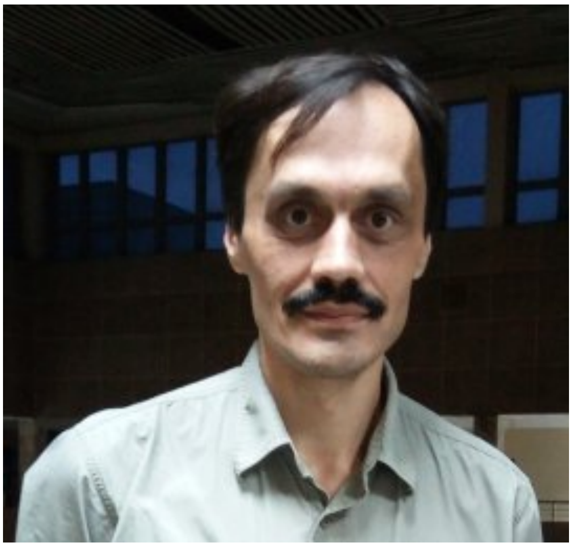
Шанько Юрий Вадимович

Канд. физ.- мат. наук

Доцент кафедры МАиДУ ИМиФИ СФУ

Научный сотрудник отдела дифференциальных уравнений механики ИВМ ФИЦ КНЦ СО РАН

e-mail: YVShanko@sfu-kras.ru
www: http://math.sfu-kras.ru/node/282



Частные решения и преобразования для дифференциальных уравнений в частных производных

Одна из задач, стоящих перед исследователями дифференциальных уравнений состоит в поиске их частных решений (учитывая то, что для большинства уравнений в частных производных общее решение невозможно найти в принципе).

Один из способов нахождения частных решений — это угадывание их вида. Нечто подобное применяется при решении уравнения Риккати и линейного однородного уравнения второго порядка, когда вначале задается вид частного решения, например, это может быть многочлен, степенная функция, экспонента, а затем определяются конкретные значения коэффициентов многочлена, показатель степенной функции и т. д. Подобные способы построения частных решений применимы и для дифференциальных уравнений в частных производных.

Еще один способ, который называют методом дифференциальных связей, состоит в том, что к исходным дифференциальным уравнениям в частных производных дописываются добавочные уравнения, которым, предположительно, будет удовлетворять искомое частное решение. Получается новая переопределенная система дифференциальных уравнений. Эту систему нужно будет исследовать на совместность. Если она совместна, то, как правило, решить ее бывает проще, чем исходные уравнения.

Направление специализации:

1. Построение точных решений дифференциальных уравнений в частных производных. Методы исследования. Изучение свойств решений.

Шипина Татьяна Николаевна

Канд. физ.- мат. наук., доцент

Доцент кафедры МАиДУ ИМиФИ СФУ

e-mail: TShipina@sfu-kras.ru
www: http://math.sfu-kras.ru/node/287

Дифференциальные уравнения являются математическим инструментом, который широко применяется для исследования различных практических задач.

Дифференциальное уравнение обычно выражает закон, которому подчиняется бесконечное множество конкретных процессов, т.е. уравнение может иметь бесконечно много решений. Например, $y''=0$. Этому уравнению удовлетворяет множество функций вида $y=C_1x+C_2$.

Для выделения конкретного процесса, которому подчиняется конкретное решение дифференциального уравнения, задаются дополнительные условия (начальные, краевые). Например, $\begin{cases} y''=0 \\ y(0)=1, \\ y'(0)=2. \end{cases}$ Такой задаче удовлетворяет единственная функция $y=2x+1$.

Но при построении математической модели практической задачи может получиться уравнение, в котором содержится неизвестный коэффициент. Такие задачи называются коэффициентными обратными задачами. Например, рассмотрим уравнение теплопроводности (диффузии)

$$u_t=\Delta u+u+f(t)g(x),$$

в котором неизвестна не только функция $u(t,x_1,\dots,x_n)$, но функция $g(t)$. Поэтому для одновременного определения пары функций $u(t,x_1,\dots,x_n)$, $g(t)$, кроме задания начальных и краевых условий, требуется дополнительная информация о решении (условие переопределения). Эта информация может иметь в, $u(t,0,\dots,0)=\alpha(t)$. В итоге мы имеем начально – краевую задачу. Как правило, решение такой задачи в виде формулы найти не представляется возможным. Поэтому для исследования ее разрешимости применяются различные методы (метод последовательных приближений, метод Галеркина, теорема Шаудера о неподвижной точке и т.п.).

Направление специализации:

Исследование разрешимости задач идентификации коэффициентов уравнений с частными производными для параболического уравнения. Получение достаточных условий, гарантирующих однозначную разрешимость задач.

Шишкина Ольга Андреевна
Канд. физ.- мат. наук.

Старший преподаватель кафедры МАиДУ ИМиФИ СФУ

e-mail: OAShishkina@sfu-kras.ru
www: http://math.sfu-kras.ru/node/1230

Исследование функций при дискретном изменении аргумента велось издавна, но в отдельную математическую дисциплину исчисление конечных разностей выделилось только в 18 веке. В этом исчислении оперируют приращениями функций, которые соответствуют конечным приращениям аргумента, и роль дифференциалов играют конечные разности функции. Вычисление конечных разностей аналогично дифференцированию, а интегрированию здесь соответствует суммирование разностей, роль дифференциальных уравнений играют конечно-разностные уравнения.

Начала исчисления конечных разностей содержатся в трудах П. Ферма, И. Барроу, Г. Лейбница. Развивалась конечно-разностная теория параллельно с основными разделами математического анализа. В 18 веке теория конечных разностей приобрела характер самостоятельной математической дисциплины, изложение начал которой принадлежит Б. Тейлору (1717 г.), но подлинным основателем следует все же считать Д. Стирлинга (1730 г.).

Сумму степеней последовательных натуральных чисел вычислил еще Я. Бернулли, его исследования дали толчок к возникновению целого ряда разделов комбинаторного анализа. В своей работе „Искусство предположений", изданной в 1713 году, Я. Бернулли привел общее выражение для нахождения этой суммы. Кроме того, он вывел рекуррентное правило, позволяющее вычислять числа Бернулли.

Леонард Эйлер применил числа Бернулли в теории конечных разностей и исследовал их свойства. Некоторые из этих результатов он изложил в своем сочинении „Дифференциальное исчисление", вышедшем в свет в 1755 г. В „Дифференциальном исчислении" им предложено шесть способов нахождения чисел Бернулли.

Числа Бернулли являются значениями в нуле многочленов Бернулли, которые для натуральных значений аргумента рассматривал Бернулли, а для произвольных изучал Эйлер, использовавший в 1738 году для этого производящую функцию.

Также полиномы Бернулли изучал J.L. Raabe (1801-1859), который нашел для них две важные формулы и ввел термин многочлены Бернулли (J.L. Raabe, 1851). Полиномы Бернулли и Эйлера позднее изучались Norlund.

Числа и многочлены Бернулли хорошо изучены, они нашли широкое применение в различных областях теоретической и прикладной математики) Числа Бернулли используются в комбинаторном и численном анализе. Gould заметил, что для многих сумм, содержащих биномиальные коэффициенты, использование чисел Бернулли дает существенное улучшение формул. Различным обобщениям чисел и многочленов Бернулли посвящено большое количество работ из различных областей математики. В частности.

Одной из основных задач в исчислении конечных разностей является задача суммирования.

В последнее время всплеск интереса к задачам суммирования связан с разработкой символьных алгоритмов суммирования рациональных функций в статьях Абрамова С.А. и Полякова С.П, которые использовали для этих задач название „неопределенное суммирование". В некоторых случаях для суммирования рациональной функции вместо простейшего разностного уравнения целесообразно использовать уравнение более общего вида.

Проблема суммирования функций нескольких дискретных аргументов менее исследована.

Предлагаемое направление специализации:

1. Комплексный анализ, проблемы суммирования