

ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ, ВОПРОСОВ, ЗАДАЧ И ЛИТЕРАТУРЫ  
ПО КУРСУ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ  
ДЛЯ СТУДЕНТОВ 2-ГО КУРСА НА IV МИНИСЕССИЮ  
(расчитанная на 2 семестра лекций для студентов 2-го курса)

Составил профессор кафедры МАДУ А.А.Родионов

*ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ (III минисессия устная)*

**1.** Устойчивость нормальных систем ОДУ:

- а) устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость;
- б) леммы 1, 2, 3 об оценке решения при  $Re\lambda < 0$ ;
- в) теорема об асимптотической устойчивости;
- г) лемма Ляпунова об устойчивости положения равновесия, пример;
- д) линеаризация (первое приближение) системы уравнений;
- е) теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости, пример;
- ж) теорема Гурвица (без доказательства).

**2.** Траектории линейной однородной системы ОДУ 2-го порядка:

- а) узел; б) седло; в) фокус; г) центр; д) вырожденный узел; е) другие случаи.

**3.** Уравнения с частными производными 1-го порядка:

- а) определения, характеристики квазилинейного уравнения;
- б) теоремы об интегральной поверхности;
- в) первые интегралы, общее решение уравнения;
- г) задача Коши для квазилинейного уравнения.

*ПРАКТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ*

**1.** Нахождение положения равновесия для нормальной системы ОДУ.

**2.** Исследование на устойчивость положения равновесия (лемма Ляпунова, линеаризация системы + теорема Ляпунова).

**3.** Исследование линейной однородной системы ОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами, начертить траектории в окрестности точки покоя (узел, седло, фокус, центр, вырожденные случаи).

**4.** Решение квазилинейных уравнений в частных производных с заданным условием на границе.

*ЛИТЕРАТУРА*

1) Н.П.Еругин, И.З.Штокало, П.С.Бондаренко и др. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений, Киев, 1974;

2) Петровский И.Г. Лекции по теории ОДУ. М., "Наука", 1970.

3) Карташев А.П., Рождественский Б.Л. ОДУ и основы вариационного исчисления. М., "Наука", 1976.

4) Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

5) Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М., "Наука", 1985.

6) Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк Н.А. Дифференциальные уравнения: примеры и задачи. М., "Высшая школа", 1989.

7) Егоров А.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями. Москва, "Физматлит", 2003, 2005.

ВАРИАНТЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ БИЛЕТОВ

**Устный экзамен по ОДУ (четвертая сессия). БИЛЕТ № 1.**

1. Доказать Лемму 1 об оценке решения нормальной системы ОДУ при  $Re\lambda < 0$ .
2. Дать определение линеаризации (первого приближения) нормальной системы ОДУ.
3. Найти особые точки системы уравнений, в окрестности одной из точек линеаризовать систему, найти решение и начертить траектории:  $x' = (2x - y)^2 - 9$ ,  $y' = 9 - (x - 2y)^2$ .
4. Решить задачу Коши для квазилинейного уравнения:  
 $2\sqrt{x}u_x - yu_y = 0$ ;  $C : u = y^2, x = 1$ .

**Устный экзамен по ОДУ (четвертая сессия). БИЛЕТ № 2.**

1. Доказать Лемму 2 об оценке решения нормальной системы ОДУ при  $Re\lambda < 0$ .
2. Сформулировать теорему Ляпунова об асимптотической устойчивости положения равновесия нормальной системы ОДУ.
3. Найти особые точки системы уравнений, в окрестности одной из точек линеаризовать систему, найти решение и начертить траектории:  $x' = (x + y)^2 - 1$ ,  $y' = -y^2 - x + 1$ .
4. Решить задачу Коши для квазилинейного уравнения:  
 $u_x + (1 + y^2)u_y = u$ ;  $C : u = \arctg(y), x = 0$ .

**Устный экзамен по ОДУ (четвертая сессия). БИЛЕТ № 3.**

1. Доказать теорему об асимптотической устойчивости решения нормальной системы ОДУ.
2. Сформулировать теорему об интегральной поверхности для квазилинейного уравнения с частными производными 1-го порядка.
3. Найти особые точки системы уравнений, в окрестности одной из точек линеаризовать систему, найти решение и начертить траектории:  $x' = 2(x - 1)(y - 2)$ ,  $y' = y^2 - x^2$ .
4. Решить задачу Коши для квазилинейного уравнения:  
 $u_x - u_y = \frac{2y}{1+y^2}u$ ;  $C : u = 1, x = 0$ .

**Устный экзамен по ОДУ (четвертая сессия). БИЛЕТ № 4.**

1. Доказать 1-ю часть леммы Ляпунова об устойчивости положения равновесия нормальной системы ОДУ.
2. Сформулировать теорему 1 об интегральной поверхности для квазилинейного уравнения с частными производными 1-го порядка.
3. Найти особые точки системы уравнений, в окрестности одной из точек линеаризовать систему, найти решение и начертить траектории:  $x' = 1 - y^2 - x^2$ ,  $y' = 2xy$ .
4. Решить задачу Коши для квазилинейного уравнения:  
 $u_x + 2u_y + u = xy$ ;  $C : u = 2 - y, x = 0$ .  
если известно его частное решение  $y_1 = tgx$ .