

Семестр 4. (36 часов лекций, 72 часа практических занятий).

План лекций.

10. Поверхностный интеграл второго рода. Основные свойства. Связь с поверхностным интегралом первого рода и с кратным интегралом Римана.
11. Формула Остроградского-Гаусса.
12. Формула Стокса.
13. Теорема о независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования на плоскости.
14. Приложения криволинейных и поверхностных интегралов.
15. Элементы теории поля. Скалярные и векторные поля. Потенциальное поле. Градиент и оператор Гамильтона. Соленоидальное поле. Дивергенция и ротор.
16. Формула Грина, формула Стокса и формула Остроградского-Гаусса в терминах векторного анализа. Поток векторного поля через поверхность.
- 17-18. Основные задачи векторного анализа.

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. – Т. 1,2,3. – М.: Высшая школа. – 1989.
2. Зорич В.А. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – М.: Наука. – 1984.
3. Никольский С.М. Курс математического анализа. – Т. 1,2. – М.: Наука. – 1983.
4. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – Т. 1,2,3. – М.: Наука. – 1970.
5. Кудрявцев Л.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу. – Т. 1,2,3. – М.: Высшая школа. – 1985.

План практических занятий.

17. Поверхности в \mathbb{R}^n . Касательная и нормаль к поверхности.
18. Поверхности в \mathbb{R}^n . Квадрируемые поверхности, площадь поверхности.
- 19-20. Поверхностный интеграл первого рода.
- 21-22. Поверхностный интеграл второго рода.
- 23-24. Формула Остроградского-Гаусса.
- 25-26. Формула Стокса.
- 27-28. Приложения криволинейных и поверхностных интегралов.
- 29-30. Элементы теории поля. Скалярные и векторные поля. Потенциальное поле. Градиент и оператор Гамильтона. Соленоидальное поле. Дивергенция и ротор.
- 31-32. Основные задачи векторного анализа.
33. Контрольная работа.
34. Итоговое занятие.
- 35-36. Контрольные занятия.

Типовые теоретические задания.

1. Дайте определение.
2. Сформулируйте и докажите теорему.

Типовые практические задания.

1. Вычислите поверхностный интеграл первого рода.
2. Вычислите поверхностный интеграл второго рода.
3. Вычислите поверхностный интеграл второго рода с помощью формулы Остроградского-Гаусса.
4. Вычислите объем тела с помощью поверхностного интеграла.
5. Вычислите поверхностный интеграл второго рода с помощью формулы Стокса.
6. Найдите градиент скалярного поля.
7. Найдите дивергенцию векторного поля.
8. Найдите ротор векторного поля.
9. Вычислите криволинейный интеграл второго рода в пространстве с помощью теоремы о независимости такого типа интегралов от пути интегрирования.
10. Выясните, является ли векторное поле потенциальным.
11. Выясните, является ли векторное поле соленоидальным.

Типовой вариант на минисессии.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

(семестр 4, минисессия 2, 2014 г., вариант I)

1. Дайте определение гладкой параметрической поверхности на пространстве (5 баллов).

2. Сформулируйте и докажите теорему о первой задаче векторного анализа (5+6=11 баллов).

2. Найдите ротор и дивергенцию векторного поля $b = \nabla u$, где $u(x, y, z) = \cos(x^3 + y^3 + z^3)$ (5 баллов).

3. Найдите циркуляцию векторного поля $\vec{a} = (x^3, y^3, z^3)$ вдоль кривой γ , лежащей в проколотом шаре $D = \{0 < x^2 + y^2 + z^2 < 16\}$ на пересечении плоскости $x + y + z = 0$ и сферы $S = \{x^2 + y^2 + z^2 = 4\}$. Является ли это векторное поле потенциальным в области D (13 баллов)?

4. Вычислите поток векторного поля $\vec{h} = (2, 2, 2)$ через сферу $S = \{x^2 + y^2 + z^2 = 4\}$. Является ли это векторное поле соленоидальным в проколотом шаре $D = \{0 < x^2 + y^2 + z^2 < 16\}$. (16 баллов) ?