

# Программа курса "Дискретная математика" 2015

Лектор: профессор Я.Н.Нужин

1. Алфавит, формулы, аксиомы, правила вывода и определение вывода в формальной аксиоматической теории.
2. Исчисление высказываний (ИВ) как формальная аксиоматическая теория, ее аксиомы и правила вывода.
3. Теорема о дедукции для ИВ и 13 предложений о выводимости формул из определенных гипотез, в частности, правило силлогизма.
4. Теоремы о полноте и непротиворечивости ИВ.
5. Независимость аксиом ИВ. Многозначные логики.
6. Алфавит и формулы логики предикатов (ЛП), свободные и связанные переменные, интерпретация.
7. Равносильность формул ЛП в интерпретации, на множестве и в ЛП. Четыре правила о равносильности формул. Приведенные и нормальные формулы.
8. Исчисление предикатов (ИП) как формальная аксиоматическая теория, ее аксиомы и правила вывода. Теоремы о полноте и непротиворечивости ИП.
9. Машина Тьюринга. Примеры функций, вычислимых по Тьюрингу. Неразрешимость некоторых алгоритмических проблем.

## Образец билета

1. Доказать независимость аксиомы **A3.** для исчисления высказываний.
2. Доказать правило силлогизма для исчисления высказываний.
3. Пусть  $M = \langle N, f \rangle$ , где  $N$  — множество натуральных чисел,  $f$  — соответствие, сопоставляющее предикатным буквам  $S$  и  $P$  предикаты  $S(x, y, z) : x + y = z$  и  $P(x, y, z) : xy = z$  соответственно. Указать формулу, истинную в интерпретации  $M$  тогда и только тогда, когда  $x \leq y$ .
4. Пусть  $A$  и  $B$  — предикатные буквы. Для формулы  $\forall x A(x) \rightarrow \forall x B(x)$  указать равносильную ей (приведенную) нормальную форму.
5. Построить машину Тьюринга, вычисляющую функцию  $f(x, y, z) = y + z$ , и сделать проверку при  $x = y = z = 1$ .