

**Перечень тем и вопросов, выносимых на промежуточный осенний экзамен по дисциплине “Математический анализ”
(1 курс, 2015-2016 уч. год, лектор Фроленков И.В.)**

1. Элементы теории множеств.
2. Натуральные числа, метод математической индукция, бином Ньютона.
3. Аксиоматика множества вещественных чисел. Окрестности.
4. Ограниченные множества. Теорема о верхней грани. Принцип Архимеда.
5. Принцип Кантора о вложенных отрезках, принцип Больцано-Вейерштрасса.
7. Последовательности. Предел последовательности и его свойства. Бесконечные пределы.
8. Теоремы о существовании предела последовательности: критерий Коши, теорема Вейерштрасса о существовании предела монотонной последовательности. Число e .
9. Подпоследовательности. Частичный предел последовательности. Верхний и нижний пределы. Теоремы о частичных пределах.

Обращаю Ваше внимание на то, что на сайте http://igor.frolenkov.ru/onlinelab/first_year/math_analysis/ доступны материалы для подготовки к минисессии по дисциплине математический анализ в электронном виде. Также в этом же разделе сайта доступны примеры экзаменационных билетов прошлых лет, решение которых очень поможет Вам в подготовке к промежуточному экзамену.

Рекомендуемая литература

Основная литература

1. Зорич В.А. Математический анализ. Т. 2. М.: МЦМО, 2007.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Т. 2. М.: Физматлит, 2005.
3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т. 2,3. М.: Дрофа., 2003-2006.
4. Курант Р. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1,2. М.: Наука, 1970.
5. Никольский С.М. Курс математического анализа. Т. 2. М.: Наука. 1985.
6. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика. Т.3. М., Дрофа, 2004.
7. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Медведев Г.Н., Шишкин А.А. Математический анализ в вопросах и задачах. М., Наука, Физматлит, 2000.
8. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М., Физматлит, 2003.
9. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Интегралы. Ряды. М., Физматлит, 2003
10. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Функции нескольких переменных- М., Физматлит, 2003.
11. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: МГУ, 1997.
12. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1, 2, 3. М.: Физматлит, 2001.
13. Плис А.И., Сливина Н.А. Лабораторный практикум по высшей математике. М., Наука, 1994.

Дополнительная литература

1. Будак Б.М., Фомин С.В. Кратные интегралы и ряды. М.: Физматлит, 2002.
2. Грауэрт Г., Либ И., Фишер В. Дифференциальное и интегральное исчисление. М.: Мир, 1971.
3. Кытманов А.М., Лукин В.М. Математика. Учебное пособие. Ч. 1, 2. Красноярск: КрасГУ. 2006.
4. Рудин У. Основы математического анализа. М.: Мир, 1976.
5. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. М., Высшая школа, 1999.
6. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. М.: Наука, 1998.
7. Шварц Л. Анализ. М.: Мир. Т. 1,2. 1980.

На сайте http://igor.frolenkov.ru/onlinelab/first_year/math_analysis/math_an_books/ приведены также ссылки на электронные учебные пособия в составе УМКД по данной дисциплине. Эти учебные пособия размещены в библиотеке и доступны в формате pdf

**Некоторые типовые задачи. Математический анализ (Фроленков И.В.).
Первый семестр, осенняя минисессия, 2015-2016 год.**

1. Дайте определение:

- (a) Дайте определение ограниченного сверху множества
- (b) точной верхней грани множества и записать его на языке " $\varepsilon - \delta$ ";
- (c) фундаментальной числовой последовательности;
- (d) Верхней грани множества B .
- (e) Число a является пределом последовательности x_n при $n \rightarrow \infty$.
- (f) Нижней грани множества B .
- (g) Последовательность x_n расходится при $n \rightarrow \infty$.
- (h) Дайте определение частичного предела последовательности.
- (i) Дайте определение нижнего предела последовательности.

2. Даны множества X, Y, Z . Доказать, что $(X \times Y) \cup (Z \times Y) = (X \cup Z) \times Y$.

3. Даны множества $A \subset X, B \subset Y$. Доказать, что $(A \times B) \subset (X \times Y)$.

4. Доказать, что $\forall n \in N$ число $6^{2n-2} + 3^{n+1} + 3^{n-1}$ кратно 11.

5. Доказать, что $\forall n \in N$ число $5 \cdot 2^{3n-2} + 3^{3n-1}$ кратно 19.

6. Доказать, что верхняя грань множества $\{1 - \frac{1}{2^n}\}$, $n \in N$ равна 1.

7. Доказать, что нижняя грань множества $\{\frac{n}{n^2+1}\}$, $n \in N$ равна нулю.

8. Доказать, что $1 + 3 + 5 + \dots + (2n + 1) = n^2$.

9. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} 4\sqrt{n} - n = -\infty$

10. Найдите множество значений функции $y = 2^{x^2-1}$.

11. Найти пределы последовательностей: $x_n = \sqrt{n^2 - 1} - (n - 1)$, $x_n = \frac{\sqrt[3]{n^2+1}}{n+2}$, $x_n = (1 + \frac{1}{2n})^{4n}$.

12. Найти пределы последовательностей: $x_n = \frac{n\sqrt{n}}{n+1}$, $x_n = \frac{n^3+2^n}{n+2^{n+1}}$, $x_n = (1 + \frac{1}{n+10})^n$.

13. Вычислить предел последовательности $a_n = \sqrt{n^3 + n^2} - \sqrt{n^3 - 3n^2 + n^4}$.

14. Используя критерий Коши, доказать, что последовательность

$$x_n = \frac{|\sin 1 + \cos 2|}{2} + \frac{|\sin 2 + \cos 4|}{2^2} + \dots + \frac{|\sin n + \cos 2n|}{2^n}$$

сходится.

15. Доказать, что последовательность $a_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$ не явл. фундаментальной.

16. Доказать, что последовательность $x_n = \frac{(-1)^n n-1}{2^n}$ не фундаментальна.

17. Найти пределы последовательностей:

$$x_n = \frac{n}{2} \sqrt[3]{1 + \frac{2}{n}} - 1, \quad x_n = \frac{n + \frac{n+1}{n^2}}{\sqrt{n^2 + 1}} + \left(\frac{n+2}{n+1}\right)^{2n}$$

18. Найти пределы последовательностей:

$$x_n = \frac{n^2}{n+1} - \frac{n^3}{n^2+1}, \quad x_n = \frac{\sqrt{n^2+1} - n}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}} + \frac{n\sqrt[3]{2n}}{\sqrt{n^2+1}}$$

19. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt[n]{2}-1} = +\infty$

20. Используя критерий Коши, доказать, что последовательность $x_n = 2^{(-1)^n n}$ расходится.

21. Доказать, что последовательность $x_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ фундаментальна.

22. Вычислить предел $\sqrt[n]{9^n + 2^{2n}}$

23. Доказать, что последовательность расходится $a_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$.

Внимание! Это не исчерпывающий список заданий, а просто некий набор примеров для тренировки.

**Экзаменационный билет. Математический анализ. Первый семестр, осенняя
минисессия, 2015-2016 уч. год.
Вариант 2**

Фамилия

группа

1	2	3	4	5	Σ
6	6	6	5	8	31

1. Дайте следующие определения:

- (a) Последовательность a_n не является фундаментальной.
- (b) Последовательность не ограничена снизу.
- (c) Точной верхней грани множества.

2. Доказать, что для любого натурального числа n справедливо $2+4+6+8+\dots+2n = n(n+1)$.

3. Найти пределы последовательностей:

$$a_n = \sqrt[2^n]{0.5}, \quad a_n = \frac{\sin 3n + (-1)^n}{n^2}, \quad a_n = \left(\frac{n+2}{n+3}\right)^2$$

4. Доказать, по определению (на языке $\varepsilon - \delta$), что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n^2+3} = 0$

5. Сформулировать и доказать критерий Коши сходимости числовых последовательностей.
