

## Программа курса "Математический Анализ".

### Семестр 2. Минисеместр 1.

(34 часа лекций, 34 часа практических занятий)

#### Тематический план лекций.

##### I. Неопределенный интеграл (окончание).

1. Неопределенный интеграл. Интегрирование иррациональных функций. Теорема Чебышева.

2. Неопределенный интеграл. Интегрирование трансцендентных функций. Интегрирование разных классов функций.

##### II. Определенный интеграл Римана.

3. Определенный интеграл Римана. Разбиение отрезков, интегральные суммы Римана. Необходимое условие интегрирования.

4. Верхние и нижние Дарбу суммы интеграла. Критерий существования определенного интеграла.

5. Классы интегрируемых по Риману функций. Интегрируемость непрерывных и монотонных функций.

6. Свойства определенного интеграла. Первая теорема о среднем в различных формулировках: для интегрируемых функций, для непрерывных функций.

7. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.

8. Вторая теорема о среднем.

9. Замена переменных и интегрирование по частям в интеграле Римана.

10. Несобственные интегралы. Критерий сходимости несобственных интегралов.

11. Несобственные интегралы от неотрицательных функций. Критерий сходимости. Признак сравнения

12. Несобственные интегралы от знакопеременных функций. Абсолютная и условные сходимости. Признаки Абеля и Дирихле.

13. Приложения определенного интеграла. Спрямоугольные кривые. Длина гладкой кривой.

14. Приложения определенного интеграла. Площадь плоской фигуры (мера Жордана). Критерий измеримости по Жордану.

15. Приложения определенного интеграла. Площадь криволинейной трапеции.

16. Площади в полярных координатах. Объемы и площади тел вращения.

17. Статические моменты, моменты инерции, центр тяжести и другие применения определенного интеграла.

#### Тематический план практических занятий.

##### I. Неопределенный интеграл.

1. Неопределенный интеграл. Первообразная. Интегрирование по частям.

2. Неопределенный интеграл. Замена переменных.

3. Неопределенный интеграл. Интегрирование рациональных выражений.

4. Неопределенный интеграл. Интегрирование рациональных выражений от тригонометрических функций.

5. Неопределенный интеграл. Интегрирование иррациональных функций. Теорема Чебышева.

6. Неопределенный интеграл. Интегрирование трансцендентных функций. Интегрирование разных классов функций.

## **II. Определенный интеграл Римана.**

7. Определенный интеграл Римана. Интегральные суммы Римана и Дарбу.

8. Определенный интеграл Римана. Интегрирование по частям.

9. Определенный интеграл Римана. Замена переменных.

10. Интегрирование разных функций.

11. Несобственные интегралы. Критерий сходимости несобственных интегралов.

12. Несобственные интегралы от неотрицательных функций. Критерий сходимости.

Признак сравнения

13. Несобственные интегралы от знакопеременных функций. Абсолютная и условные сходимости. Признаки Абеля и Дирихле.

14. Приложения определенного интеграла. Спрямолинейные кривые. Длина гладкой кривой.

15. Приложения определенного интеграла. Площадь криволинейной трапеции.

16. Площади в полярных координатах. Объемы и площади тел вращения.

17. Контрольная работа.

## **Литература.**

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. – Т. 1,2,3. – М.: Высшая школа. – 1989.

2. Зорич В.А. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – М.: Наука. – 1984.

3. Никольский С.М. Курс математического анализа. – Т. 1,2. – М.: Наука. – 1983.

4. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – Т. 1,2,3. – М.: Наука. – 1970.

5. Кудрявцев Л.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу. – Т. 1,2,3. – М.: Высшая школа. – 1985.

## МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

(семестр 2, типовое задание на минисессию 1, 2015 г.)

1. Дайте определение интегральной суммы Римана (2 балла).
2. Сформулируйте и докажите свойство линейности интеграла Римана (2+3=5 баллов).
3. Найдите неопределенный интеграл

$$\int \frac{(x+2) dx}{(x^2+1)(x-1)}$$

(4 балла).

4. Составьте какую-нибудь интегральную сумму Римана для определенного интеграла

$$\int_1^2 x^4 dx,$$

разбив отрезок на пять равных частей (2 балла).

5. Исследуйте несобственный интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin(x) dx}{(x^2+2)^2}$$

на сходимость и абсолютную сходимость (4 балла).

6. Вычислите длину плоской кривой (3 балла)

$$\gamma : \begin{cases} x = t^3, \\ y = t^2, \quad t \in [0, 1]. \end{cases}$$