

## Дискретная математика, 1-я минисессия

Экзамен состоит из 5 заданий:

- 1) Дать определение
- 2) Сформулировать и доказать теорему
- 3) Задание на тему «Теория множеств»
- 4) Задание на тему «Теория множеств» или «Комбинаторика»
- 5) Задание на тему «Комбинаторика»

Список определений:

- 1) Булеан множества
- 2) Декартово произведение множеств
- 3) Отношение на множествах
- 4) Свойства бинарных отношений: рефлексивность, антирефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность.
- 5) Отношение эквивалентности
- 6) Отношение частичного порядка
- 7) Обратное бинарное отношение
- 8) Композиция бинарных отношений
- 9) Диаграмма Хассе
- 10) Сочетание без повторений
- 11) Сочетание с повторениями
- 12) Выборки без повторений
- 13) Выборки с повторениями
- 14) Размещение данного состава
- 15) Неориентированный граф
- 16) Ориентированный граф
- 17) Простой граф
- 18) Полный граф
- 19) Пустой граф
- 20) Цепь в графе
- 21) Цикл в графе
- 22) Дерево
- 23) Лес
- 24) Двудольный граф
- 25) Полный двудольный граф
- 26) Смежность двух вершин графа
- 27) Инцидентность вершины и ребра графа

Список теорем:

- 1) Теорема о мощности декартова произведения конечных множеств
- 2) Теорема о мощности булеана конечного множества
- 3) Теорема о выражении свойств бинарного отношения через операции над отношениями
- 4) Формула включений и исключений
- 5) Теорема о полиномиальных коэффициентах
- 6) Теорема о числе сочетаний с повторениями
- 7) Лемма о рукопожатиях
- 8) Критерий двудольного графа

Примеры заданий из раздела «Теория множеств»

- 1) Пусть  $A, B, C$  — множества. Доказать тождество:  $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (\bar{A} \cup C)$ .
- 2) Пусть  $A, B, C$  — множества. Доказать тождество:  $A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C)$ .
- 3) При обследовании читательских вкусов студентов выяснилось, что 60% студентов читают журнал  $A$ , 50% — журнал  $B$ , 50% — журнал  $C$ , 30% читают журналы  $A$  и  $B$ , 20% читают журналы  $B$  и  $C$ , 40% — журналы  $A$  и  $C$ , 10% — журналы  $A, B, C$ . Сколько процентов студентов а) не читает ни одного журнала? б) читает ровно 2 журнала? в) читает не менее 2 журналов?
- 4) Дополнить следующее бинарное отношение:  $R = \{(a, a), (b, b), (c, c), (d, d), (e, e), (a, b), (a, c), (a, d), (a, e), (b, c), (b, d), (b, e), (d, e)\}$  до частичного порядка и привести его диаграмму Хассе.
- 5) Пусть даны бинарные отношения на множестве натуральных чисел:  $R_1 = \{(1,1), (2,4), (3,9), (4,16), (5,25), (6,36)\}$ ,  $R_2 = \{(1,4), (2,5), (3,6), (4,7), (5,8), (6,9), (7,10)\}$ . Вычислить композиции отношений  $R_1 \cdot R_2, R_2 \cdot R_1$ .

Примеры заданий из раздела «Комбинаторика»

- 1) Имеется колода из  $4n$  карт ( $n > 4$ ) с картами четырех мастей по  $n$  карт каждой масти, пронумерованные числами  $1, 2, \dots, n$ . Сколькими способами можно выбрать пять карт так, чтобы среди них оказались: а) пять последовательных карт какой-нибудь одной масти? б) четыре карты с одинаковыми номерами? в) три карты с одним номером и две карты с другим номером? г) пять карт какой-нибудь одной масти? д) пять последовательно занумерованных карт? е) точно три карты из пяти из пяти с одним и тем же номером? ж) не более двух карт каждой масти?
- 2) Сколькими способами можно распространить 3 билета среди 20 студентов, если а) все билеты в разные театры, и каждый студент может получить не более одного билета? б) распределяются билеты в разные театры, но на разные дни, и каждый студент может получить произвольное количество билетов? в) распределяются равноценные билеты на вечер, и каждый студент может получить не более одного билета?
- 3) Каков шанс, что в компании из пяти человек у каких-либо двух человек день рождения придется на один день?
- 4) Сколько различных железнодорожных составов длиной 5 вагонов можно составить, имея 4 пассажирских вагона, 3 вагона с почтой и 2 вагона-ресторана?
- 5) Сколько различных железнодорожных составов длиной 10 вагонов можно составить, имея 13 различных вагонов?
- 6) Сколько различных поездов можно составить из 5 вагонов с углем, 7 вагонов со щебнем и 4 вагонов-рефрижераторов?
- 7) Найти коэффициент при  $t^7$  в многочлене  $(1 - t + 2t^2)^{10}$ .
- 8) Найти число целочисленных решений уравнения  $x_1 + x_2 + x_3 = 20$  с условиями  $2 \leq x_1 \leq 9$ ,  $1 \leq x_2 \leq 7$ ,  $3 \leq x_3 \leq 11$ .