

Список тем к промежуточному контролю по дисциплине «Уравнения математической физики», осенняя минисессия. Лектор – Белов Юрий Яковлевич

1. Темы лекций. Классификация уравнений 2го порядка. Задача Коши.

1. Классификация уравнений 2-го порядка.
2. Определение типа уравнений. Уравнения Лапласа, Пуассона, Трикоми, теплопроводности, волновое.
3. Постановки краевых задач (1-го, 2-го, 3-го рода) для стационарных уравнений. Физический смысл. Определение классического решения. Примеры.
4. Постановки краевых задач (1-го, 2-го, 3-го рода) и задачи Коши для нестационарных уравнений (теплопроводности, колебания). Физический смысл. Определение классического решения. Примеры.
5. Теорема единственности классического решения первой (второй) краевых задач для одномерного волнового уравнения (уравнения колебания струны).
6. Корректность по Адамару. Примеры некорректно поставленных задач. Пример Адамара.
7. Задача Коши для волнового уравнения. Формула Даламбера. Формула Пуассона. Задача Коши на полупрямой.
8. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Формула Пуассона. Обоснование сходимости интеграла Пуассона и оценка решения. Доказательство бесконечной дифференцируемости по t и x при $t > 0$.
9. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Формула Пуассона. Доказательство, что интеграл Пуассона – решение однородного уравнения. Выполнение начальных условий.

2. Темы практических занятий. Классификация уравнений 2го порядка. Задача Коши.

1. Классификация уравнений второго порядка, приведение уравнений к каноническому виду
2. Характеристическое уравнение для функции двух переменных, приведение уравнения к каноническому виду.
3. Классификация уравнений на плоскости
4. Понятие общего решения и решения задачи Коши (частного решения)
5. Постановки краевых задач. Условия согласования для начально-краевых задач.
6. Корректность задач по Адамару, примеры некорректно поставленных задач
7. Задача Коши для волнового уравнения, формула Даламбера
8. Задача Коши для волнового уравнения для функции нескольких переменных

Контрольная работа №1

Фамилия

группа

1. Привести к каноническому виду и найти общее решение (2б+2б=4б):

$$u_{xx} - a^2 u_{yy} = 0, \quad (x, y) \in (-\infty, \infty) \times (-\infty, \infty).$$

2. Определить на плоскости (x, y) тип уравнения $x^2 u_{xx} + (x+y)^2 u_{yy} + \sin(x) u_x = e^{x+y}$ (4б).

3. Сформулировать постановку следующих задач: (1б+1б+1б=3б)

(а) Задачу Коши для уравнения колебания мембраны. (1б)

(б) 2-ю краевую задачу для уравнения теплопроводности в стержне. (1б)

(с) 1-ю краевую задачу для уравнения Лапласа. (1б)

4. Решить задачу Коши: (5б)

$$\begin{aligned} u_{tt} &= 2u_{xx} + t \cos x, \\ u(0, x) &= 1, \quad u_t(0, x) = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

5. Корректна ли по Адамару(сформулировать определение) следующая задача: (1б+3б=4б)

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + u_x, \quad (t, x) \in (0, 1) \times (0, \frac{\pi}{2}),$$

$$u(0, x) = \cos x, \quad x \in [0, \frac{\pi}{2}],$$

$$u(t, 0) = e^t, \quad u(t, \frac{\pi}{2}) = e^t - 1, \quad t \in [0, \frac{\pi}{2}].$$
