

Темы, выносимые на осенний промежуточный контроль

2 курс, 1 семестр, лектор Фроленков И.В.

1. Топология евклидового пространства.

Пространство \mathbb{R}^n , расстояние между точками в \mathbb{R}^n , свойства расстояния. Окрестность точки (шаровые, прямоугольные). Внутренние точки множества. Открытое множество. Предельная точка множества. Замкнутое множество. Связь между открытыми и замкнутыми множествами. Граничная точка множества, граница множества. Связное множество. Определения области, компакта. Ипр.

2. Числовые последовательности в \mathbb{R}^n

Предел последовательности, критерий Коши, теорема Больцано-Вейерштрасса.

3. Предел функций многих переменных.

Определения предела функции по Коши и по Гейне. Критерий Коши существования предела функции. Непрерывные функции, равномерная непрерывность. Основные теоремы о функциях, непрерывных на множестве (т. Вейерштрасса, Больцано-Коши, Кантора)

4. Непрерывность функций многих переменных.

5. Свойства непрерывных функций. Равномерная непрерывность.

6. Частные производные и дифференциал. Дифференцируемость функции.

7. Производные сложной функции, цепное правило.

8. Инвариантность дифференциала.

9. Производная по направлению. Градиент.

10. Теоремы о среднем.

11. Производные и дифференциалы высших порядков.

12. Формула Тейлора.

13. Экстремумы функций многих переменных.

*Необходимое условие экстремума.
Т. (Достаточное условие строгого экстремума) Квадратичные формы, критерий Сильвестра.*

14. Теорема о неявной функции.

15. Теорема о системе неявных функций.

16. Теорема об обратном отображении.

**Экзаменационный билет. Математический анализ. Третий семестр, 2012 год.
Вариант №1**

Фамилия

группа

1	2	3	4	Σ
8	6	8	9	31

1. Дайте следующие определения:

- (а) Замкнутого множества в R^n , замыкание множества в R^n .
- (б) Предела функции $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ при $x \rightarrow x^0 \in R^n$.
- (с) Дифференциал функции $f(x)$ в точке $x^0 \in R^n$.
- (д) Производной по направлению в R^n .

2. Найти частные производные и исследовать на дифференцируемость в точке $(0, 0)$ функцию:

$$f(x, z) = \begin{cases} \frac{2y^5 - x^5}{x^4 + y^4}, & \text{если } x^2 + y^2 \neq 0, \\ 0, & \text{если } x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$$

3. Найти величину и направление градиента в точке $(1, 1, 0)$, функции:

$$u = \frac{1}{r}, \text{ где } r = \sqrt{x^2 + 2y^2 - 3z^2}.$$

4. Сформулировать и доказать теорему о дифференцировании сложной функции $f(x, y)$ (для $n = 2$).
