

# Программа промежуточного экзамена по предмету “Дискретная математика” (2к., 2-й поток)

Билет состоит из 5 заданий:

- 1 [2 из 20] Дать определение
- 2 [3 из 20] Сформулировать и доказать теорему
- 3 [3 из 20] Доказать выводимость формулы исчисления высказываний
- 4,5) [6+6 из 20] Задания из раздела «Булевские функции».

## Определения

1. Существенная и фиктивная переменные булевой функции
2. Полная система булевых функций
3. Базис булевых функций
4. Замыкание множества булевых функций
5. Булевы функции, сохраняющие 0 или 1
6. Самодвойственная булева функция
7. Линейная булева функция
8. Полином Жегалкина
9. Монотонная булева функция
10. Единичный набор булевской функции
11. Формальная аксиоматическая теория
12. Непосредственное следствие формул формальной аксиоматической теории
13. Вывод формулы формальной аксиоматической теории из множества гипотез
14. Исчисление высказываний

## Теоремы

1. Теорема о мощности множества всех булевых функций от  $n$  переменных
2. Лемма о замкнутости класса булевых функций, сохраняющих 0 (1)
3. Лемма о замкнутости класса самодвойственных булевых функций
4. Лемма о замкнутости класса линейных булевых функций
5. Теорема о существовании и единственности представления любой булевой функции полиномом Жегалкина
6. Лемма о нелинейных функциях
7. Лемма о замкнутости класса монотонных булевых функций
8. Критерий монотонности
9. Лемма о немонотонных функциях
10. Две теоремы о полноте системы булевых функций
11. Две теоремы об изоморфизме
12. Теорема о дедукции для исчисления высказываний
13. Правило силлогизма
14. Теорема о полноте исчисления высказываний
15. Теорема о непротиворечивости исчисления высказываний
16. Теорема о независимости аксиом исчисления высказываний

Формулы исчисления высказываний (к заданию №3)

1.  $(A \rightarrow A)$
2.  $(A \rightarrow \overline{\overline{A}})$
3.  $(\overline{\overline{A}} \rightarrow A)$
4.  $(\overline{A} \rightarrow (A \rightarrow B))$
5.  $((\overline{B} \rightarrow \overline{A}) \rightarrow (A \rightarrow B))$
6.  $((A \rightarrow B) \rightarrow (\overline{B} \rightarrow \overline{A}))$
7.  $(A \rightarrow (\overline{B} \rightarrow \overline{A} \rightarrow B))$
8.  $((A \rightarrow B) \rightarrow ((\overline{A} \rightarrow B) \rightarrow B))$

Примеры заданий из раздела «Булевы функции»

1. Составить дизъюнктивную нормальную форму булевой функции, заданной вектором своих значений: (0010000100000110).
2. Составить конъюнктивную нормальную форму булевой функции, заданной вектором своих значений: (1111010101110111).
3. Представить полиномом Жегалкина булеву функцию:  $f(x, y, z) = (x \downarrow y) | (y \downarrow z)$
4. Построить множество всех булевых функций от двух переменных принадлежащих замыканию множества булевых функций  $A = \{x_1 \wedge x_2, x_1 \oplus x_2\}$ .
5. Представить булеву функцию  $f(x, y) = x \wedge y$ , как композицию функций из множества  $A = \{(x \wedge y) \oplus z\}$ .
6. Является ли самодвойственной булева функция:  
 $f(x, y, z) = (x \rightarrow y) \oplus (y \rightarrow z) \oplus (z \rightarrow x) \oplus z$ ?
7. При каких  $n$  функция  $f(x_1, \dots, x_n) = (x_1 \vee x_2) \oplus (x_2 \vee x_3) \oplus \dots \oplus (x_{n-1} \vee x_n) \oplus (x_n \vee x_1)$  является самодвойственной?
8. Заменить в векторе (-1- - - - -00-1-1- -) пропуски значениями из множества  $\{0,1\}$  так, чтобы вектор представлял собой вектор значений линейной функции.
9. Привести пример значений  $a, b, c, d$ , при которых функция, заданная вектором своих значений (a- -b- cd-), не может быть линейной при любой замене пропусков нулям и единицами.
10. Является ли монотонной функция, заданная вектором значений: (0010001101111111)?
11. Сколько векторов значений монотонной функции можно получить, заполняя пропуски в векторе (-1- -0- - -)?
12. Является ли система булевых функций  $A = \{x \rightarrow y, x \oplus y\}$  полной? Базисом?
13. Выписать тупиковую формулу для булевой функции, заданной вектором значений: (10001011).