

Методы оптимизации ,3 курс

Перечень вопросов

Динамическая оптимизация

1. Управляющие параметры, множество управления, фазовые координаты, целевой функционал, уравнения движения, задача управления, допустимая фазовая траектория, достижимая точка, начальная и конечная поверхности.

2. Задача с фиксированным временем, задача с закрепленным концом, задача Больца, задача Лагранжа, задача Майера.

3. Управление по замкнутому контуру, управление по разомкнутому контуру.

4. Задача управления как задача математического программирования в бесконечномерном пространстве. Обобщенная теорема Вейерштрасса.

Вариационное исчисление

1. Классические задачи вариационного исчисления

2. Классическая вариационная задача как частный случай общей задачи управления. Примеры простейших задач вариационного исчисления: задача о кратчайшем пути, задача о катеноиде, задача о брахистохроне.

3. Функционал, примеры функционалов, область определения функционала, функциональные пространства, норма функционала, пространства $C[a,b]$, $C_1[a, b]$, сильный и слабый экстремум функционала. Первая вариация функционала.

4. Необходимое условие экстремума функционала. Уравнение Эйлера для простейшей задачи вариационного исчисления, экстремаль функционала..

5. Уравнение Эйлера в квадратурах.

6. Обобщения классической вариационной задачи. Задача на экстремум функционала, зависящего от производных высших порядков, необходимое условие. Задача на экстремум функционала, зависящего от нескольких функций, необходимое условие.

7. Вариационные задачи с подвижными границами, необходимые условия. Вариационные задачи на условный экстремум, необходимые условия.

Примерный вариант билета мини-сессии по методам оптимизации

Вариант 0

1. Найти экстремали функционалов

$$1.1. J(y(x)) = \int_1^2 (x^2 y'^2 + 12y^2) dx, \quad y(1) = 1, \quad y(2) = 8$$

$$1.2. J(y_1, y_2) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (y_1'^2 + y_2'^2 - 2y_1 y_2) dx, \quad y_1(0) = y_2(0) = 0, \quad y_1\left(\frac{\pi}{2}\right) = y_2\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

$$1.3. J(y(x)) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (y''^2 - y^2 + x^2) dx, \quad y(0) = 1, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0, \quad y'(0) = 0, \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

2. Найти условный экстремум функции относительно заданного уравнения связи

$$f(x, y) = 2x^2 + y^2, \quad x + y = 4$$

3. Методом вариационного исчисления определить уравнение кривой кратчайшей длины, соединяющей точки (1;6) и (3;8).

4. Сформулировать необходимое условие экстремума функционала.

5. Сформулировать классическую задачу вариационного исчисления.