

**Перечень тем и вопросов, выносимых на весеннюю сессию
2013-2014 уч. год, 1 курс, 2 поток
Дисциплина “Математический анализ”,
лектор к.ф.-м.н., доцент Фроленков И.В.**

1. Формула Тейлора. Формула Макларена.
2. Формулы Тейлора для элементарных функций.
3. Условия монотонности функций.
4. Достаточные условия экстремума функции.
5. Условия выпуклости функции.
6. Асимптоты. Исследование и построение графика функции.
7. Неопределенный интеграл и его свойства. Основные методы интегрирования.
8. Интегрирование рациональных функций. Теорема о разложении на простейшие дроби.
9. Интегрирование иррациональных функций.
10. Интегрирование тригонометрических функций.
11. Интегрирование трансцендентных функций.
12. Разбиение отрезка, диаметр (мелкость) разбиения, интегральная сумма Римана, предел интегральных сумм. Определенный интеграл. Необходимое условие интегрируемости.
13. Нижние и верхние суммы Дарбу. Критерий интегрируемости.
14. Интегрируемость непрерывных и монотонных функций.
15. Свойства определенного интеграла.
16. Первая и вторая теоремы о среднем.
17. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Методы интегрирования.
18. Площадь плоской фигуры. Мера Жордана.
19. Спрямоугольные и гладкие кривые. Длина кривой.
20. Объем тела и его вычисление.

PS По практике на экзамен выносятся темы 1-17.

Учебные материалы по математическому анализу в электронном виде, а также примеры экзаменационных билетов прошлых лет вы можете найти на сайте

http://igor.frolenkov.ru/onlinelab/first_year/math_analysis/

**Некоторые типовые задачи. Математический анализ.
Второй семестр, весенняя минисессия, 2013-2014 год.**

1. Дайте определение:

- (a) Дайте определение интегральной суммы Римана.
- (b) Дайте определение функции $f(x)$ равномерно непрерывной на множестве E .
- (c) Дайте определение дифференцируемой функции $f(x)$.
- (d) Интеграла Римана функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$;
- (e) Асимптоты функции $y = f(x)$ при $x \rightarrow +\infty$.
- (f) Функции $f(x)$ выпуклой вверх на отрезке $[x_1, x_2]$.
- (g) Первообразной функции $f(x)$.
- (h) Ряда Маклорена функции $f(x)$.
- (i) Верхней интегральной суммы Дарбу функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$.
- (j) Интегральной суммы Римана функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$.
- (k) Вертикальной асимптоты функции $y = f(x)$ при $x \rightarrow 0$.
- (l) Дайте определение нижней интегральной суммы Дарбу функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$.
- (m) Критической точки функции $f(x)$.

2. Разложить в ряд Маклорена функцию

$$(x - e^x)e^{-2x},$$

3. Разложить в ряд Маклорена функцию

$$(x - 1)e^{2x-1},$$

4. Разложить в ряд Маклорена функцию $f(x) = xe^{2x}$.

5. Разложить по формуле Тейлора до $o((x - 2)^3)$ функцию $f(x) = \frac{1}{x}$ в окрестности точки $x_0 = 2$.

6. Исследовать функцию и схематично изобразить ее график $f(x) = x^2e^{-x}$.

7. Исследовать функцию и схематично изобразить график функции

$$y(x) = \frac{x^3 + 4x^2}{(x - 2)^2}$$

8. Исследовать функцию и схематично изобразить график функции

$$y(x) = 2x + \sqrt{x^2 - 4}$$

9. Исследовать функцию и схематично изобразить график функции

$$y(x) = \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

10. Исследовать и схематично изобразить график функции $f(x) = 2(x + 1)e^{-2x}$.

11. Исследовать и схематично изобразить график функции $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{x}$.

12. Исследовать функцию и схематично изобразить график функции

$$y(x) = 4x^2 - \frac{1}{x}$$

13. Исследовать функцию и схематично изобразить ее график $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 - 3x + 4$.

14. Вычислить все первообразные функции

$$f(x) = \frac{x^3 + x + 1}{x^4 - 1} + \sqrt{2 - x^2}$$

15. Найти все первообразные функции $f(x) = \ln x$.

16. Найти все первообразные функции $f(x) = \operatorname{sh}^2 x \operatorname{ch} x$.

17. Найти все первообразные функции $f(x) = \frac{e^2 x}{\frac{1}{4} + 1 + e^x}$.

18. Вычислить все первообразные функций

$$f(x) = \frac{x^2}{1 - x^2}, \quad f(x) = \ln x$$

19. Вычислить все первообразные функции

$$f(x) = \frac{x^4}{1 - x^4} + \ln x$$

20. Вычислить все первообразные следующих функций

$$f_1(x) = \frac{x^3}{1 - x^3}, \quad f_2(x) = \ln x.$$

21. Вычислить $\int_1^e \frac{1}{x} (1 + \ln^2 x) dx$

22. Сформулировать и доказать теорему о непрерывности интеграла Римана с переменным верхним пределом интегрирования.

23. Сформулировать и доказать необходимое условие интегрируемости функции по Риману.

ВНИМАНИЕ, ЗДЕСЬ ПРЕДСТАВЛЕНЫ ЛИШЬ ПРИМЕРЫ ЗАДАНИЙ, ЧТОБЫ ВЫ МОГЛИ ОЦЕНИТЬ УРОВЕНЬ СЛОЖНОСТИ И РАЗНООБРАЗИЕ. ЭТО НЕ ИСЧЕРПЫВАЮЩИЙ СПИСОК, ЗАДАЧИ МОГУТ БЫТЬ ПО ЛЮБОЙ ИЗ ИЗУЧЕННЫХ ТЕМ!

Пример экзаменационного билета. Математический анализ. Второй семестр,
2013-2014 год (весенняя минисессия).

Вариант N 1

Фамилия

группа

1	2	3	4	Σ
6	8	8	8	30

1. Дайте следующие определения:

- (a) Интегральной суммы Римана функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$.
- (b) Асимптоты функции $y = f(x)$ при $x \rightarrow +\infty$.
- (c) Первообразной функции $f(x)$.

2. Исследовать и схематично изобразить график функции $f(x) = (x + 1)e^{-2x}$.

3. Вычислить все первообразные функций

$$f(x) = \frac{x + 2}{x^2 - 1}, \quad f(x) = \operatorname{tg} x.$$

4. Сформулировать и доказать необходимое условие интегрируемости функции по Риману.

Пример экзаменационного билета. Математический анализ. Второй семестр,
2013-2014 год (весенняя минисессия).
Вариант N 2

Фамилия

группа

1	2	3	4	Σ
6	8	6	10	30

1. Дайте следующие определения:

- (a) Несобственного интеграла первого рода, записать формулу для вычисления несобственного интеграла 1-го рода.
- (b) Функции $f(x)$ выпуклой вверх на отрезке $[x_1, x_2]$.

2. Исследовать и схематично изобразить график функции $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{x}$.

3. Вычислить все первообразные функции

$$f(x) = \frac{x^4}{1-x^4} + \ln x$$

4. Сформулировать и доказать теорему о непрерывности интеграла Римана с переменным верхним пределом интегрирования.
