

## Дискретная математика, 1-я минисессия

Экзамен состоит из 5 заданий.

- 1) Дать определение
- 2) Сформулировать и доказать теорему
- 3) Задание из раздела «Теория множеств»
- 4) Задание из раздела «Комбинаторика»
- 5) Задание из раздела «Теория графов»

Список определений:

- 1) Булеан множества
- 2) Схема сочетаний без повторений
- 3) Схема сочетаний с повторениями
- 4) Схема выборок без повторений
- 5) Схема выборок с повторениями
- 6) Схема размещения данного состава
- 7) Простой граф
- 8) Ориентированный граф
- 9) Псевдограф
- 10) Изоморфизм графов
- 11) Автоморфизм графа
- 12) Полный граф
- 13) Пустой граф
- 14) Маршрут в графе
- 15) Цикл в графе
- 16) Дерево, лес
- 17) Двудольный граф
- 18) Полный двудольный граф
- 19) Смежность двух вершин графа
- 20) Инцидентность вершины и ребра графа
- 21) Матрица смежности графа
- 22) Матрица инцидентности графа
- 23) Операция объединения двух графов
- 24) Операция произведения двух графов
- 25) Операция дополнения графа
- 26) Операция пересечения двух графов
- 27) Операция разности двух графов
- 28) Гомеоморфные графы
- 29) Планарный граф
- 30) Эйлеров и полуэйлеров граф

Список теорем:

- 1) Теорема о мощности декартова произведения конечных множеств
- 2) Теорема о мощности булеана конечного множества
- 3) Формула включений и исключений
- 4) Теорема о полиномиальных коэффициентах
- 5) Теорема о числе сочетаний с повторениями
- 6) Лемма о рукопожатиях

- 7) Лемма о числе ребер в полном графе
- 8) Критерий двудольного графа
- 9) Теорема о степенях матрицы смежности графа
- 10) Теорема об укладке графа на сфере
- 11) Теорема об укладке графа в трехмерном пространстве
- 12) Критерий планарности графа (без доказательства)
- 13) Критерий Эйлеровости графа
- 14) Критерий полуэйлеровости графа

Примеры заданий из раздела «Теория множеств»

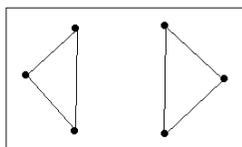
- 1) Пусть  $A, B, C$  — множества. Доказать тождество:  $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (\bar{A} \cup C)$ .
- 2) Пусть  $A, B, C$  — множества. Доказать тождество:  $A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C)$ .
- 3) При обследовании читательских вкусов студентов выяснилось, что 60% студентов читают журнал  $A$ , 50% — журнал  $B$ , 50% — журнал  $C$ , 30% читают журналы  $A$  и  $B$ , 20% читают журналы  $B$  и  $C$ , 40% — журналы  $A$  и  $C$ , 10% — журналы  $A, B, C$ . Сколько процентов студентов а) не читает ни одного журнала? б) читает ровно 2 журнала? в) читает не менее 2 журналов?

Примеры заданий из раздела «Комбинаторика»

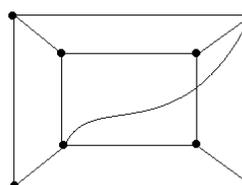
- 1) Имеется колода из  $4n$  карт ( $n > 4$ ) с картами четырех мастей по  $n$  карт каждой масти, пронумерованные числами  $1, 2, \dots, n$ . Сколькими способами можно выбрать пять карт так, чтобы среди них оказались: а) пять последовательных карт какой-нибудь одной масти? б) четыре карты с одинаковыми номерами? в) три карты с одним номером и две карты с другим номером? г) пять карт какой-нибудь одной масти? д) пять последовательно занумерованных карт? е) точно три карты из пяти из пяти с одним и тем же номером? ж) не более двух карт каждой масти?
- 2) Сколькими способами можно распространить 3 билета среди 20 студентов, если а) все билеты в разные театры, и каждый студент может получить не более одного билета? б) распределяются билеты в разные театры, но на разные дни, и каждый студент может получить произвольное количество билетов? в) распределяются равноценные билеты на вечер, и каждый студент может получить не более одного билета?
- 3) Найти коэффициент при  $t^7$  в многочлене  $(1 - t + 2t^2)^{10}$ .
- 4) Найти число целочисленных решений уравнения  $x_1 + x_2 + x_3 = 20$  с условиями  $0 \leq x_1 \leq 9$ ,  $1 \leq x_2 \leq 7$ ,  $0 \leq x_3 \leq 15$ .

Примеры заданий из раздела «Теория графов»

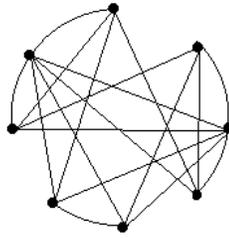
- 1) Перечислить все, с точностью до изоморфизма, деревья с 6 вершинами.
- 2) Найти порядок группы автоморфизмов графа:



- 3) Доказать, что граф не является планарным:



4) Найти эйлеров маршрут в графе:



Литература.

1. В. Н. Нефедов, В. А. Осипова, Курс дискретной математики: учеб. пособие. М.: Изд-во МАИ, 1992.
2. Ф. А. Новиков. Дискретная математика для программистов: учебник для ВУЗов. 3-е изд. СПб.: Питер, 2009.