Аттестационное тестирование в сфере профессионального образования

Специальность: **010300.62 – Математика. Компьютерные науки**
Дисциплина: **Дифференциальные уравнения**
Время выполнения теста: **90** минут
Количество заданий: **32**

Требования ГОС к обязательному минимуму содержания основной образовательной программы

Индекс	Дисциплина и ее основные разделы	Всего часов
ОПД.Ф	**Федеральный компонент**	**3520**
ОПД.Ф.03	**Дифференциальные уравнения :** Понятие дифференциального уравнения; поле направлений, решения; интегральные кривые, векторное поле; фазовые кривые. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель, линейное уравнение, уравнение Бернулли, метод введения параметра, уравнения Лагранжа и Клеро. Задача Коши: теорема существования и единственности решения задачи Коши (для системы уравнений, для уравнения любого порядка). Продолжение решений; линейные системы и линейные уравнения любого порядка; интервал существования решения линейной системы (уравнения). Линейная зависимость функций и определитель Вронского; формула Лиувилля . Остроградского; фундаментальные системы и общее решение линейной однородной системы (уравнения); неоднородные линейные системы (уравнения); Метод вариации постоянных; решение однородных линейных систем и уравнений с постоянными коэффициентами. Решение неоднородных линейных уравнений с постоянными коэффициентами и неоднородностями специального вида (квази-многочлен). Непрерывная зависимость решения от параметра; дифференцируемость решения по параметру, устойчивость по Ляпунову; теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению и ее применение; фазовые траектории двумерной линейной системы с постоянными коэффициентами; особые точки, седло, узел, фокус, центр. Первые интегралы; уравнения с частными производными первого порядка; связь характеристик с решениями; задача Коши; теорема существования и единственности решения задачи Коши (в случае двух независимых переменных).	220

Тематическая структура АПИМ

N ДЕ	Наименование дидактической единицы ГОС	N задания	Тема задания
1	Понятие дифференциального уравнения. Основные приемы интегрирования	1	Классификация дифференциальных уравнений. Порядок дифференциального уравнения.
		2	Классификация обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка

		3	Уравнения с разделяющимися переменными
		4	Уравнения, приводимые к уравнениям с разделяющимися переменными.
		5	Однородные уравнения
		6	Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель
		7	Линейное уравнение первого порядка, метод вариации постоянной
		8	Уравнение Бернулли
2	Задача Коши	9	Постановки задач Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений
		10	Теорема существования и единственности решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка
		11	Задача Коши для уравнения первого порядка
		12	Задача Коши для уравнения второго порядка
3	Линейные системы дифференциальных уравнений	13	Определитель Вронского системы векторных функций
		14	Фундаментальная система решений и общее решение линейной однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами
		15	Частное решение линейной неоднородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и неоднородностями специального вида
		16	Задача Коши для линейной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами
4	Линейные дифференциальные уравнения любого порядка	17	Определитель Вронского системы n функций
		18	Линейная зависимость и независимость функций
		19	Характеристический многочлен линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами

		20	Фундаментальная система решений и общее решение линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами
		21	Решение неоднородных линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и неоднородностями специального вида
		22	Метод вариации постоянных построения решений неоднородных линейных дифференциальных уравнений
5	Устойчивость по Ляпунову	23	Определение устойчивости по Ляпунову
		24	Теорема об устойчивости по первому приближению
		25	Фазовые траектории двумерной линейной системы
		26	Классификация особых точек
6	Уравнения с частными производными первого порядка	27	Характеристики и первые интегралы линейного однородного дифференциального уравнения с частными производными первого порядка
		28	Характеристики и первые интегралы квазилинейного дифференциального уравнения с частными производными первого порядка
		29	Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения с частными производными первого порядка
		30	Общее решение квазилинейного дифференциального уравнения с частными производными первого порядка
		31	Задача Коши для линейного однородного дифференциального уравнения с частными производными первого порядка
		32	Задача Коши для квазилинейного дифференциального уравнения с частными производными первого порядка

Демонстрационный вариант

ЗАДАНИЕ N 1 (☐ - *выберите несколько вариантов ответа*)

Среди записанных ниже дифференциальных уравнений уравнениями первого порядка **не являются** …

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $(x+y^2)dy+(2xy+x^2)dx=0$

2) $y'+2xy'''=3y$

3) $y''+2y'-3y=\sin x$

4) $y'^3+2xy=y^2$

ЗАДАНИЕ N 2 (○ - *выберите один вариант ответа*)

Дифференциальное уравнение $y'-x(y^2+1)=0$ является …

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) однородным

2) линейным уравнением относительно функции $y(x)$ и ее производных

3) уравнением с разделяющимися переменными

4) уравнением Бернулли

ЗАДАНИЕ N 3 (○ - *выберите один вариант ответа*)

Общее решение дифференциального уравнения $y'(1+x^2)=xy$ может быть записано в виде …

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y=C\cdot(1+x^2)$

2) $y^2=C\cdot(1+x^2)$

3) $y^2=C\cdot\sqrt{1+x^2}$

4) $y^2\cdot(1+x^2)=C$

ЗАДАНИЕ N 4 (○ - *выберите один вариант ответа*)

С помощью замены неизвестной функции $y(x)=x\cdot z(x)$ уравнение $(x^2+y^2)y'=2xy$ сводится к следующему уравнению с разделяющимися переменными относительно функции $z(x)$: …

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $xz'(z^2+1)=z^3-z$	**2)** $xz'(z^2+1)=z-z^3$
3) $xz'(z+1)=z-z^3$	**4)** $xz'(z^2+1)=z^2-z$

ЗАДАНИЕ N 5 *(- выберите один вариант ответа*)

С помощью замены неизвестной функции $y(x)=x\cdot z(x)$ однородное уравнение $(x+2y)dx=xdy$ сводится к следующему уравнению с разделяющимися переменными …

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $(1+2z)dx=xdz$	**2)** $(1+z)dx=dz$
3) $(1+z)dx=xdz$	**4)** $(1+x)dx=zdz$

ЗАДАНИЕ N 6 *(- выберите один вариант ответа*)

Среди указанных ниже функций интегрирующим множителем для дифференциального уравнения $2xy\ln y dx+(x^2+y^2)dy=0$ является …

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $\mu(x,y)=\dfrac{1}{y^2}$	**2)** $\mu(x,y)=y$
3) $\mu(x,y)=\dfrac{1}{y}$	**4)** $\mu(x,y)=\dfrac{1}{x}$

ЗАДАНИЕ N 7 *(- выберите один вариант ответа*)

Применяя метод вариации постоянной, общее решение линейного уравнения $y'=y\cos x+\sin x$ следует искать в виде …

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y = C(x) \cdot \cos x$

2) $y = C(x) \cdot e^{\cos x}$

3) $y = C(x) \cdot e^{-\sin x}$

4) $y = C(x) \cdot e^{\sin x}$

ЗАДАНИЕ N 8 *(- выберите один вариант ответа)*

Уравнение Бернулли $y' - 2xy = x^2 y^2$ приводится к линейному относительно функции $z(x)$ и ее производной путем замены …

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $z(x) = \dfrac{1}{y(x)}$

2) $z(x) = \dfrac{1}{y^2(x)}$

3) $z(x) = y^2(x)$

4) $z(x) = x^2 \cdot y^2(x)$

ЗАДАНИЕ N 9 *(- выберите один вариант ответа)*

Задача Коши для уравнения четвертого порядка $y^{(IV)}(x) - y(x) = 0$ может быть поставлена заданием …

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y(0) = y^0$

2) $y(0) = y^0,\ y'(0) = y^1,\ y''(0) = y^2,\ y'''(0) = y^3$

3) $y'(0) = y^1,\ y''(0) = y^2,\ y'''(0) = y^3$

4) $y(0) = y^0,\ y'(0) = y^1,\ y''(1) = y^2,\ y'''(1) = y^3$

ЗАДАНИЕ N 10 *(- выберите один вариант ответа)*

Наибольшим промежутком, на котором теорема существования и единственности решения задачи Коши гарантирует существование и единственность решения задачи $\dfrac{dy}{dx} = y^2, \quad y(0) = 1,$

рассматриваемой при $(x, y) \in D$, где $D = [-1,1] \times [0,2]$ – замкнутый прямоугольник, является промежуток …

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $[0,2]$ **2)** $\left[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right]$

3) $[-1,1]$ **4)** $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

ЗАДАНИЕ N 11 (- *введите ответ*)

В точке $x = 2$ значение функции $y(x)$, являющейся решением задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 2y \\ y(1) = 2 \end{cases}$$

равно …

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

ЗАДАНИЕ N 12 (- *выберите один вариант ответа*)

В точке $x = 4$ значение функции $y(x)$, являющейся решением задачи Коши

$$\begin{cases} y'' - y' = 1 \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = -1 \end{cases}$$

равно …

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) -3 **2)** 0

3) -2 **4)** -1

ЗАДАНИЕ N 13 (- *выберите один вариант ответа*)

Модуль определителя Вронского системы вектор-функций

$\Psi_1(t)=\begin{pmatrix} e^t\cos 2t \\ -2e^t\sin 2t \end{pmatrix}$, $\Psi_2(t)=\begin{pmatrix} -e^t\cos 2t \\ 2e^t\sin 2t \end{pmatrix}$ равен …

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $|\Delta(t)|=0$

2) $|\Delta(t)|=2e^{2t}$

3) $|\Delta(t)|=2e^t\cdot|\sin t\cos t|$

4) $|\Delta(t)|=2e^{2t}\cdot|\sin t\cos t|$

ЗАДАНИЕ N 14 *(- выберите один вариант ответа)*

Фундаментальная система решений линейной однородной системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt}=x-y \\ \dfrac{dy}{dt}=-x+y \end{cases}$$

может быть записана в виде …

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $\Psi_1(t)=\begin{pmatrix} e^t \\ e^t \end{pmatrix}$, $\Psi_2(t)=\begin{pmatrix} e^{-2t} \\ -e^{-2t} \end{pmatrix}$

2) $\Psi_1(t)=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\Psi_2(t)=\begin{pmatrix} e^{2t} \\ -e^{2t} \end{pmatrix}$

3) $\Psi_1(t)=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\Psi_2(t)=\begin{pmatrix} e^{2t} \\ -e^{2t} \end{pmatrix}$

4) $\Psi_1(t)=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\Psi_2(t)=\begin{pmatrix} e^{2t} \\ e^{2t} \end{pmatrix}$

ЗАДАНИЕ N 15 *(- выберите один вариант ответа)*

Частное решение линейной неоднородной системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt}=2y-te^{-t} \\ \dfrac{dy}{dt}=-2x \end{cases}$$

следует искать в виде …

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}_ч = \begin{pmatrix} At^2 \\ Bt^2 \end{pmatrix} \cdot e^{-t}$

2) $\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}_ч = \begin{pmatrix} At + B \\ Ct + D \end{pmatrix} \cdot e^{-t}$

3) $\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}_ч = \begin{pmatrix} At + B \\ 0 \end{pmatrix} \cdot e^{-t}$

4) $\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}_ч = \begin{pmatrix} At \\ Bt \end{pmatrix} \cdot e^{-t}$

ЗАДАНИЕ N 16 *(○ - выберите один вариант ответа*)

Компонента $y(t)$ решения задачи Коши

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -x + y, & x(0) = 1 \\ \dfrac{dy}{dt} = x - y, & y(0) = -3 \end{cases}$$

равна …

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y(t) = -1 - 2e^{-2t}$

2) $y(t) = -3e^{-2t}$

3) $y(t) = 1 - 4e^{-2t}$

4) $y(t) = -2 - e^{-2t}$

ЗАДАНИЕ N 17 *(○ - выберите один вариант ответа*)

Модуль определителя Вронского системы функций $\{e^x, \ \operatorname{ch} x\}$ равен …

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $|\Delta(x)| = 0$

2) $|\Delta(x)| = \operatorname{ch} x$

3) $|\Delta(x)| = e^x$

4) $|\Delta(x)| = 1$

ЗАДАНИЕ N 18 *(○ - выберите один вариант ответа*)

Среди функций $y_1(x) = e^x,\ \ y_2(x) = \mathrm{ch}\,x,\ \ y_3(x) = \mathrm{sh}\,x$, являющихся решениями дифференциального уравнения $y'' - y = 0$ на отрезке $a \le x \le b$, линейно независимые системы образуют …

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) все функции $\{e^x, \mathrm{ch}\,x, \mathrm{sh}\,x\}$ линейно независимы

2) только $\{\mathrm{ch}\,x, \mathrm{sh}\,x\}$

3) $\{e^x, \mathrm{ch}\,x\}$, $\{e^x, \mathrm{sh}\,x\}$ и $\{\mathrm{ch}\,x, \mathrm{sh}\,x\}$

4) только $\{e^x, \mathrm{ch}\,x\}$ и $\{e^x, \mathrm{sh}\,x\}$

ЗАДАНИЕ N 19 (- *выберите один вариант ответа*)

Характеристический многочлен $P(\lambda)$, соответствующий однородному дифференциальному уравнению $y''' + y'' + y' = 0$, имеет вид …

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $P(\lambda) = \lambda^3 + \lambda + 1$

2) $P(\lambda) = \lambda^3 + 2\lambda^2 + 1$

3) $P(\lambda) = \lambda^2 + \lambda + 1$

4) $P(\lambda) = \lambda^3 + \lambda^2 + \lambda$

ЗАДАНИЕ N 20 (- *выберите один вариант ответа*)

Общее решение однородного линейного дифференциального уравнения $y'' + 4y = 0$ может быть записано в виде …

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y(x) = C_1 \sin 2x + C_2 \cos 2x$

2) $y(x) = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x}$

3) $y(x) = C_1 \sin 2x + C_2 \sin(-2x)$

4) $y(x) = C_1 \sin x + C_2 \cos x$

ЗАДАНИЕ N 21 (- *выберите один вариант ответа*)

Частное решение $\tilde{y}(x)$ дифференциального уравнения $y'' + 4y = 2e^x \cos 2x$ следует искать в виде …

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $\tilde{y}(x) = e^x \cdot A\cos 2x$

2) $\tilde{y}(x) = A\sin 2x + B\cos 2x$

3) $\tilde{y}(x) = e^x \cdot (A\sin 2x + B\cos 2x)$

4) $\tilde{y}(x) = e^x \cdot (A\sin x + B\cos x)$

ЗАДАНИЕ N 22 *(- выберите один вариант ответа)*

Применяя метод вариации постоянных, решение неоднородного дифференциального уравнения $y'' + \frac{1}{x}y' = -\frac{1}{x}$ следует искать в виде $y(x) = C_1(x) + C_2(x)\cdot\ln x$, где функции $C_1(x),\ C_2(x)$ определяются путем решения системы …

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $\begin{cases} C_1' + C_2'\ln x = 0 \\ C_1' + C_2'\cdot\frac{1}{x} = -\frac{1}{x} \end{cases}$

2) $\begin{cases} C_1' + C_2'\ln x = 0 \\ C_2' = -\frac{1}{x} \end{cases}$

3) $\begin{cases} C_1 + C_2\ln x = 0 \\ C_2 = -1 \end{cases}$

4) $\begin{cases} C_1' + C_2'\ln x = 0 \\ C_2' = -1 \end{cases}$

ЗАДАНИЕ N 23 *(- выберите один вариант ответа)*

Укажите недостающую часть определения

Стационарное решение $x = \frac{\pi}{2}$ задачи Коши

$\frac{dx}{dt} = \cos x$, $x(1) = \frac{\pi}{2}$

устойчиво по Ляпунову, если … : что для $\forall\, x(1)$ такого, что $\left|x(1) - \frac{\pi}{2}\right| < \delta$, для

$\forall\, t \geq 1\ \ \exists\, x(t)$ – решение задачи такое, что $\left|x(t) - \frac{\pi}{2}\right| < \varepsilon$.

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $\exists\varepsilon>0$ и $\exists\delta(\varepsilon)>0$ **2)** $\forall\varepsilon>0 \quad \exists\delta(\varepsilon)$

3) $\exists\varepsilon>0$ и $\forall\delta(\varepsilon)>0$ **4)** $\forall\varepsilon>0$ и $\forall\delta(\varepsilon)>0$

ЗАДАНИЕ N 24 *(- выберите один вариант ответа*)

Из теоремы об устойчивости по первому приближению следует асимптотическая устойчивость по Ляпунову нулевого решения задачи Коши для системы …

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + x_2^2, \\ \dot{x}_2 = 2x_2 \end{cases}$ **2)** $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + x_2^2, \\ \dot{x}_2 = 2x_2 \end{cases}$

3) $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + x_2^2, \\ \dot{x}_2 = -2x_2 \end{cases}$ **4)** $\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + x_2^2, \\ \dot{x}_2 = -2x_2 + x_1^2 \end{cases}$

ЗАДАНИЕ N 25 *(- выберите один вариант ответа*)

Качественное поведение траекторий на фазовой плоскости (фазовый портрет) для системы уравнений

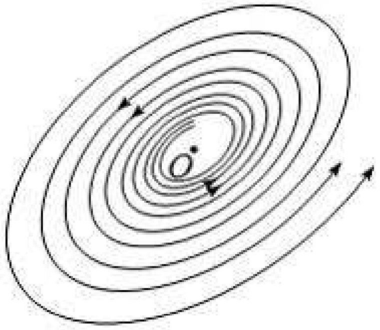
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1, \\ \dot{x}_2 = 2x_2, \end{cases}$$

имеет вид …

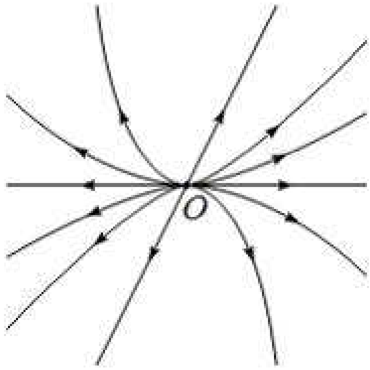
(стрелками обозначено направление движения вдоль фазовых траекторий с ростом t)

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

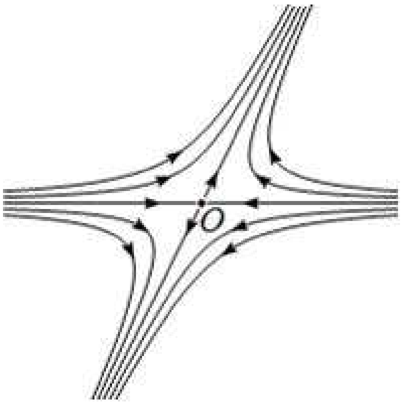
1)



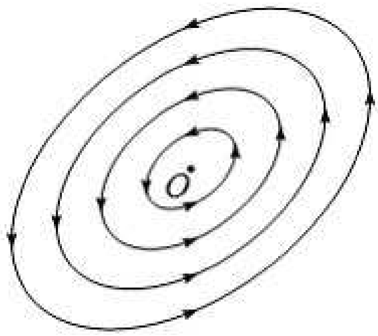
2)



3)



4)



ЗАДАНИЕ N 26 *(- выберите один вариант ответа)*

Точка покоя $x_1 = x_2 = 0$ системы уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1, \\ \dot{x}_2 = 2x_2, \end{cases}$$

является …

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) неустойчивым узлом **2)** устойчивым фокусом

3) центром **4)** устойчивым узлом

ЗАДАНИЕ N 27 *(- выберите один вариант ответа)*

Характеристиками уравнения

$$\frac{\partial z}{\partial x} + x\frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

является семейство кривых …. , где C – произвольная постоянная.

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $x+\dfrac{y^2}{2}=C$

2) $y-\dfrac{x^2}{2}=C$

3) $y+\dfrac{x^2}{2}=C$

4) $x-\dfrac{y^2}{2}=C$

ЗАДАНИЕ N 28 *(○ - выберите один вариант ответа)*

Система для характеристик квазилинейного уравнения

$$e^z\frac{\partial z}{\partial x}+e^x\frac{\partial z}{\partial y}=e^{x+z}$$

имеет вид …

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $e^z dx=e^x dy=e^{x+z}dz$

2) $e^z dx=e^x dy=-e^{x+z}dz$

3) $\dfrac{dx}{e^z}=\dfrac{dy}{e^x}=\dfrac{dz}{e^{x+z}}$

4) $\dfrac{dx}{e^z}=\dfrac{dy}{e^x}=-\dfrac{dz}{e^{x+z}}$

ЗАДАНИЕ N 29 *(○ - выберите один вариант ответа)*

Общее решение уравнения

$$x^2\frac{\partial z}{\partial x}+y^2\frac{\partial z}{\partial y}=0$$

может быть записано в виде $z=f(t(x,y))$, где $f(t)$ – произвольная дифференцируемая функция, а аргумент $t(x,y)$ равен …

В двумерном случае характеристики уравнения

$$A(x,y)\frac{\partial z}{\partial x}+B(x,y)\frac{\partial z}{\partial y}=0$$

определяются из обыкновенного дифференциального уравнения

$$\frac{dx}{A(x,y)}=\frac{dy}{B(x,y)}$$

(см. [3] стр. 228), которое для заданного уравнения имеет вид

$\dfrac{dx}{x^2}=\dfrac{dy}{y^2}\quad\Rightarrow\quad-\dfrac{dy}{y^2}+\dfrac{dx}{x^2}=0$; его первый интеграл $\dfrac{1}{y}-\dfrac{1}{x}=C$.

Следовательно, общее решение имеет вид $z = f\left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x}\right)$, где f – произвольная дифференцируемая функция.

Правильный ответ: $\frac{1}{y} - \frac{1}{x}$

Литература:

1. Петровский, И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений : учеб. / И. Г. Петровский. – М. : УРСС, 2003. – 272 с.
2. Эльсгольц, Л. Э. Дифференциальные уравнения : учеб. / Л. Э. Эльсгольц. – М. : УРСС, 2008. – 320 с.
3. Тихонов, А. Н. Дифференциальные уравнения : учеб. / А. Н. Тихонов, А. Б. Васильева, А. Г. Свешников. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 256 с.
4. Филиппов, А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям : учеб. пособ. / А. Ф. Филиппов. – М. : УРСС, 2011. – 240 с.

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $\frac{1}{y} - \frac{1}{x}$ **2)** $x^3 + y^3$

3) $x^3 - y^3$ **4)** $\frac{1}{y} + \frac{1}{x}$

ЗАДАНИЕ N 30 *(○ - выберите один вариант ответа)*

Общее решение $z(x, y)$ уравнения $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} - y^2 \frac{\partial z}{\partial y} = z^2$

может быть представлено в неявной форме в виде … , где f – произвольная дифференцируемая функция.

Системой уравнений для характеристик квазилинейного уравнения с частными производными первого порядка

$$a_1(x_1, \ldots, x_n, u)\frac{\partial u}{\partial x_1} + \ldots + a_n(x_1, \ldots, x_n, u)\frac{\partial u}{\partial x_n} = a(x_1, \ldots, x_n, u)$$

называется система обыкновенных дифференциальных уравнений следующего вида (см. [3] стр. 238)

$$\frac{dx_1}{a_1(x_1, \ldots, x_n, u)} = \ldots = \frac{dx_n}{a_n(x_1, \ldots, x_n, u)} = \frac{du}{a(x_1, \ldots, x_n, u)}.$$

Первым интегралом этой системы называется соотношение $\varphi(x_1, \ldots, x_n, u) = C$, выполняющееся тождественно на интегральной кривой системы (см. [3] стр.234, 238).

Система для характеристик рассматриваемого уравнения имеет вид

$$\frac{dx}{x^2} = -\frac{dy}{y^2} = \frac{dz}{z^2};$$

ее независимые первые интегралы $\frac{1}{y} + \frac{1}{x} = C_1$, $\frac{1}{z} + \frac{1}{y} = C_2$.

Следовательно, общее решение представимо в неявной форме в виде

$$f\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{x},\ \frac{1}{z} + \frac{1}{y}\right) = 0,$$

где f – произвольная дифференцируемая функция.

Правильный ответ: $f\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{x},\ \frac{1}{z} + \frac{1}{y}\right) = 0$

Литература:

1. Петровский, И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений : учеб. / И. Г. Петровский. – М. : УРСС, 2003. – 272 с.
2. Эльсгольц, Л. Э. Дифференциальные уравнения : учеб. / Л. Э. Эльсгольц. – М. : УРСС, 2008. – 320 с.
3. Тихонов, А. Н. Дифференциальные уравнения : учеб. / А. Н. Тихонов, А. Б. Васильева, А. Г. Свешников. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 256 с.
4. Филиппов, А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям : учеб. пособ. / А. Ф. Филиппов. – М. : УРСС, 2011. – 240 с.

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $f\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{x},\ \frac{1}{z} + \frac{1}{y}\right) = 0$

2) $f\left(x^3 + y^3,\ x^3 + z^3\right) = 0$

3) $f\left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x},\ \frac{1}{z} - \frac{1}{y}\right) = 0$

4) $f\left(x^3 - y^3,\ x^3 - z^3\right) = 0$

ЗАДАНИЕ N 31 (- *введите ответ*)

Функция $z(x, y)$, являющаяся решением задачи Коши

$$y\frac{\partial z}{\partial x} + x\frac{\partial z}{\partial y} = 0,$$

$$z\big|_{y=-2x} = y^2$$

принимает в точке $(-1;7)$ значение ...

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

ЗАДАНИЕ N 32 *(* - *введите ответ*)

Функция $z(x, y)$, являющаяся решением задачи Коши

$$\frac{1}{x^2}\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{1}{y^2}\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{z^2},$$

$$z\big|_{x=3y} = 2y,$$

принимает в точке $(-1;1)$ значение …

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: