

Министерство образования и науки РФ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ  
Директор Института математики и  
фундаментальной информатики  
М.Кытманов

20 июня 2017 г.

## Программа государственной итоговой аттестации

Направление подготовки/специальность  
01.03.01 Математика

Направленность (профиль)/специализация

01.03.01.01 Математический, комплексный и функциональный анализ  
Квалификация (степень) выпускника – бакалавр

Красноярск 2015

## 1 Общая характеристика государственной итоговой аттестации

1.1 Целью проведения государственной итоговой аттестации (далее ГИА) является определение соответствия результатов освоения обучающимися основной образовательной программы высшего образования соответствующим требованиям стандартов 01.03.01 Математика.

1.2 Основные задачи государственной итоговой аттестации направлены на формирование и проверку освоения следующих компетенций:

ОК-1	способность использовать основы философских знаний для формирования мировоззренческой позиции
ОК-2	способность анализировать основные этапы и закономерности исторического развития общества для формирования гражданской позиции
ОК-3	способность использовать основы экономических знаний в различных сферах жизнедеятельности
ОК-4	способность использовать основы правовых знаний в различных сферах жизнедеятельности
ОК-5	способность к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия
ОК-6	способность работать в коллективе, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия
ОК-7	способность к самоорганизации и самообразованию
ОК-8	способность использовать методы и средства физической культуры для обеспечения полноценной социальной и профессиональной деятельности
ОК-9	способность использовать приемы первой помощи, методы защиты в условиях чрезвычайных ситуаций
ОПК-1	готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности
ОПК-2	способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных

	технологий и с учетом основных требований информационной безопасности
ОПК-3	способность к самостоятельной научно-исследовательской работе
ОПК-4	способность находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем
ПК-1	способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области
ПК-2	способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики
ПК-3	способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата
ПК-4	способность публично представлять собственные и известные научные результаты
ПК-5	способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач
ПК-6	способность передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженной в терминах предметной области изучавшегося явления
ПК-7	способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний
ПК-8	способность представлять и адаптировать знания с учетом уровня аудитории

1.3 Формы проведения государственной итоговой аттестации  
ГИА проводится в форме:

- государственного экзамена;
- защиты ВКР.

1.4 Объем государственной итоговой аттестации в ЗЕ:

Общий объем – 324 (93Е),  
государственный экзамен – 108 (33Е),  
защиты ВКР – 216 (63Е).

1.5 Особенности проведения ГИА

ГИА проводится на русском языке, без применения ЭО и ДОТ.

## 2 Структура и содержание государственной итоговой аттестации

### 2.1 Государственный экзамен

Государственный экзамен проводится по нескольким дисциплинам и является междисциплинарным

2.1.1 Государственный экзамен проводится в письменной форме.  
Общее время проведения экзамена – 4 часа.

2.1.2 Содержание государственного (междисциплинарного) экзамена:

Модуль (Дисциплина )	Перечень вопросов и заданий	Перечень компетенций проверяемых заданиям по модулю (дисциплине)
<i>Алгебра и аналитическая геометрия</i>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Корни и канонические разложения многочленов над полями вещественных и комплексных чисел. Неприводимые многочлены над полями <math>R</math> и <math>C</math>.</li><li>2. Теоремы об умножении определителей и о ранге матрицы.</li><li>3. Правило Крамера, теорема Кронекера-Капелли и теоремы об однородных уравнениях.</li><li>4. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Линейные и унитарные пространства, базы, размерность, подпространства.</li><li>5. Линейное преобразование, его матрицы, характеристические корни, собственные значения и собственные векторы. Жорданова форма матрицы.</li><li>6. Уравнения прямых и плоскостей в пространстве. Канонические уравнения кривых и поверхностей 2-го порядка.</li></ol>	ОК-7, ОПК-1, ПК -1, ПК-3
<i>Математический анализ</i>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Предел последовательности и предел функции в точке.</li></ol>	ОК-7, ОПК-1, ПК -1, ПК-3

	<p>2. Теорема о функциональной полноте исчисления высказываний.</p> <p>3. Непрерывность функции в точке и на отрезке, точки разрыва 1-го и 2-го рода.</p> <p>4. Дифференцируемость и дифференциалы функций одной и многих переменных. Инвариантность формы 1-го дифференциала.</p> <p>5. Формула Лагранжа конечных приращений.</p> <p>6. Формула Тейлора с остаточным членом в формах Пеано и Лагранжа.</p> <p>7. Схема исследования функции и построения ее графика.</p> <p>8. Числовые и функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость.</p> <p>9. Теорема о неявной функции, дифференцирование неявной функции.</p> <p>10. Градиент, касательная плоскость и нормаль в точке поверхности. Уравнения касательной и нормали к кривой.</p> <p>11. Первообразная функции, определенный интеграл, его геометрический и механический смысл, теорема о среднем значении. Интегрируемые функции. Формула Ньютона-Лейбница.</p> <p>12. Дифференцирование интегралов с параметром.</p> <p>13. Кратные интегралы. Теорема Фубини. Поверхностные и криволинейные интегралы. Формулы Грина, Остроградского, Стокса.</p> <p>14. Разложение функции по ортогональной системе функций, ряд Фурье, условие замкнутости ортогональной системы (равенство Парсевалю-Стеклова).</p>	
<p>Функциональный анализ</p>	<p>1. Метрика, метрическое пространство. Открытые и замкнутые</p>	<p>ОК-7, ОПК-1, ПК -1, ПК-3</p>

	<p>множества. Фундаментальная последовательность, полное пространство.</p> <p>2. Принцип сжимающих отображений. Компактное пространство и множество. Критерий компактности в <math>R^n</math>.</p> <p>3. Норма, нормированное пространство.</p> <p>4. Линейный оператор в нормированном пространстве.</p> <p>5. Линейный функционал в нормированном пространстве.</p> <p>6. Три принципа функционального анализа: теоремы о продолжении линейных непрерывных функционалов, об открытом отображении и равномерной сходимости.</p>	
<i>Комплексный анализ</i>	<p>1. Определение голоморфной функции, уравнения Коши-Римана.</p> <p>2. Интегральная теорема Коши, интегральная формула Коши.</p> <p>3. Разложение в ряд Тейлора голоморфной функции, формулы выражения коэффициентов через производную и интеграл. Теорема единственности.</p> <p>4. Классификация изолированных особых точек. Теорема о вычетах. Ряд Лорана.</p>	ОК-7, ОПК-1, ПК -1, ПК-3
<i>Дифференциальные уравнения</i>	<p>1. Дифференциальные уравнения (ДУ) простейших типов и их интегрирование.</p> <p>2. Теорема Коши-Пикара существования и единственности решения ДУ 1-го порядка.</p> <p>3. Линейные ДУ <math>n</math>-го порядка с постоянными коэффициентами.</p> <p>4. Устойчивость решений линейных систем ДУ 2-го порядка. Классификация особых точек (узел, седло, фокус, центр и др.).</p>	ОК-7, ОПК-1, ПК -1, ПК-2, ПК-3

	5. Методы нахождения решений обыкновенных дифференциальных уравнений.	
<i>Уравнения математической физики</i>	1. Классификация ДУ в частных производных 2-го порядка. 2. Постановка краевых задач для ДУ в частных производных 2-го порядка. Определение классического и обобщенного решения краевых задач. 3. Метод разделения переменных для нахождения решений краевых задач.	ОК-7, ОПК-1, ПК -1, ПК-2, ПК-3, ПК-5
<i>Численные методы</i>	1. Точные методы решения систем линейных алгебраических уравнений: метод исключения Гаусса, метод исключения с выбором главного элемента. Сравнение методов. 2. Метод простой итерации решения систем линейных алгебраических уравнений. Условия сходимости. 3. Метод простой итерации вычисления корня нелинейного уравнения. Условие сходимости. Метод Ньютона: формула, геометрическая интерпретация, условия сходимости. 4. Схема построения разностного решения дифференциальных задач. 5. Явная схема краевой задачи для уравнения теплопроводности. Аппроксимация. Гармонический анализ. 6. Понятие корректности, устойчивости и сходимости разностной задачи. Теорема эквивалентности.	ОК-7, ОПК-1, ОПК-2, ОПК-4, ПК -1, ПК-3, ПК-5, ПК-6
<i>Теория вероятностей</i>	1. Классическое определение вероятности. Условная вероятность, независимые события, теоремы сложения и умножения. 2. Дискретные и непрерывные случайные величины, определения и свойства функции и плотности	ОК-7, ОПК-1, ПК -1, ПК-3, ПК-5

	<p>распределения.</p> <p>3. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Моменты.</p> <p>4. Сходимость по вероятности, неравенство Чебышева, закон больших чисел в формах Чебышева и Бернулли.</p>	
--	---	--

## Образец экзаменационного билета Вариант 1

1. Решить матричное уравнение  $AX + B = C$ , где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 8 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 6 & 17 \end{pmatrix}. \quad (2 \text{ балла})$$

2. Найти основание перпендикуляра, опущенного из точки  $(9, 6, 4)$  на прямую

$$\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-3}{3} \quad (\text{система координат прямоугольная}). \quad (1 \text{ балл})$$

3. Исследовать и построить график функции  $y = \frac{(x+1)^3}{(x-1)^2}$  (2 балла)

4. Разложив рациональную дробь в сумму простейших, вычислить интеграл  $\int \frac{xdx}{x^3 + 1}$  (2 балла)

5. Найти голоморфную функцию  $f(z)$  по заданной действительной части  $Re f(z) = 3x^2y - y^3, f(0) = 0$ . (1 балл)

6. Решить смешанную задачу  $2u_t = a^2 u_{xx}, 0 < x < l, t > 0,$  (2 балла)  
 $u(0, t) = u(l, t) = 0, u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = \sin \frac{2\pi x}{l}.$

7. Только один из ключей подходит к данной двери. Найти вероятность того, что для открывания двери придется опробовать ровно  $k, (k \leq n)$  ключей. (2 балла)

8. Для уравнения  $\frac{du}{dt} = f(t, u)$  построить схему вида

$$\frac{by_{n+1} + ay_n - y_{n-1}}{2\tau} = cf_{n-1} + \frac{2}{3}f_n + df_{n+1} \text{ наиболее высокого порядка}$$

аппроксимации. (2 балла)

9. Найти норму функционала  $f(x) = x_1 + x_2$  на пространстве  $\mathbb{R}^2$  с евклидовой нормой. (1 балл)

- 10.

- а) Запишите формулу конечных приращений.
  - б) Запишите интерполяционный многочлен Лагранжа.
  - в) Запишите неравенство Чебышева.
  - г) Сформулируйте интегральную теорему Коши.
  - д) Дайте определение смешанного произведения векторов.
  - е) Дайте определение слабой сходимости в пространстве  $L_2(\Omega)$ .
- (3 балла)

ФОС оформляется как приложение к программе государственной итоговой аттестации и хранится на выпускающей кафедре.

### 2.1.3 Критерии оценивания

Результаты государственного экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». Оценки «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» означают успешное прохождение государственного аттестационного испытания.

Письменную работу проверяет комиссия. Работа оценивается по 20 бальной шкале. Каждое задание имеет свой оценочный балл в зависимости от уровня сложности. Критерии оценки за задание: «0»- задание не выполнялось или выполнено не верно; «50% от оценочного балла» - задание выполнено частично, в целом идея решения верна; «100% от оценочного балла» - задание выполнено полностью и правильно. Общая оценка за работу выставляется по сумме баллов всеми членами комиссии. Критерии общей оценки по сумме баллов (переводная шкала в классическую оценку) устанавливаются комиссией.

Оценки «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» означают успешное прохождение государственного аттестационного испытания.

### 2.1.4 Рекомендации для подготовки к государственному экзамену:

#### 2.1.4.1 Рекомендуемая литература

1. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры / Д.В. Беклемишев. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. -303с.
2. Мальцев, А. И. Основы линейной алгебры / А.И. Мальцев. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 1970 – 400с.
3. Кытманов, А.М. и др. Математический анализ: учебное пособие для бакалавров/ А.М. Кытманов, Е.К. Лейнартас, В.Н. Лукин, О.В. Ходос, О.Н. Черепанова, Т.Н. Шипина. –М.: Юрайт, 2012- 607с.

4. Шабат, Б. В. Введение в комплексный анализ. Часть 1 .Функции одного аргумента / Б.В. Шабат. – Санкт-Петербург: Ленанд, 2004 - 464с.
5. Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа/ А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. – М.: ФИЗМАТЛИТ- 2004 – 570с.
6. А.А. Шлапунов, В.В. Работин, Садыков Т.М. Функциональный анализ. Конспект лекций, Эл. Данные (1,4 Мб). Издательство СФУ, Красноярск, 2011, № гос. Регистрации 0321103111. ISBN 978-5-7638-2439-1.
7. Боровков, А.А. Теория вероятностей / А.А. Боровков. – М.:ФИЗМАТЛИТ- 1986 – 432 с.
8. Зализняк, В.Е. Численные методы. Основы научных вычислений учеб. пособие для бакалавров / В. Е. Зализняк - Москва : Юрайт, 2012.
9. Численное решение задач для обыкновенных дифференциальных уравнений [Электронный ресурс] : учеб.-метод. пособие для студентов напр. 010100.62 «Математика», 010200.62 «Математика и компьютерные науки», 010400.62 «Прикладная математика и информатика» / Сиб. федерал. ун-т ; сост.: В. Е. Распопов, М. М. Клуникова. - Электрон. текстовые дан. (PDF, 987 Кб). - Красноярск : СФУ, 2012. - 88 с.
10. Петровский, И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений / И.Г. Петровский. – М.: МГУ – 1984 - 296 с.
11. Владимиров, В.С. Уравнения математической физики/ В.С. Владимиров, В.В. Жариков. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004 – 399с.

2.1.4.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» Использование ресурсов сети «Интернет» не предусмотрено.

2.1.4.3 Дополнительные рекомендации

Место и время проведения экзамена - согласно расписанию ГЭК, которое составляется за месяц до начало работы ГЭК.

Студент приходит на экзамен не позднее, чем за 15 минут до его начала.

Во время экзамена допускается использование справочной литературы по согласованию с комиссией.

Использование средств связи на экзамене запрещено.

## 2.2 Выпускная квалификационная работа

ВКР представляет собой выполненную обучающимся (несколькими обучающимися совместно) работу, демонстрирующую уровень подготовленности выпускника к самостоятельной профессиональной деятельности. ВКР.

## 2.2.1 Требования к выпускной квалификационной работе

2.2.1.1 Выпускная квалификационная работа выполняется в виде бакалаврской работы

2.2.1.2 Перечень тем.

- О замыкании гладких функций в весовых пространствах Гельдера
- Вычисление комбинаторных сумм при помощи вычетов
- Геометрическое нахождение комплексных корней
- Об обращении многомерной теоремы о полной сумме вычетов
- Коамебы поверхностей в двумерном комплексном пространстве
- Вычисление фундаментальной группы окружности в гомотопической теории типов
- Обобщение подготовительной теоремы Вейерштрасса для вектор-функций
- Области сходимости степенных рядов для решений тетраномимальных алгебраических уравнений
- О сходимости интеграла Меллина-Барнса, представляющего решение общей алгебраической системы трех уравнений с тремя неизвестными
- О гипергранях многогранника Ньютона дискриминанта системы полиномов
- О задаче Коши для одного нелинейного возмущения оператора Коши-Римана
- Полиномиальные решения разностного уравнения
- Геометрическое нахождение комплексных корней
- Об обращении многомерной теоремы о полной сумме вычетов

2.2.1.3 Порядок выполнения выпускной квалификационной работы.

Основные этапы:

- Формулировка темы и определение актуальности работы.
- Исследование предметной области и описание существующих решений исследуемой проблемы.
- Проведение исследований по теме.
- Написание выводов по работе и оформление библиографического списка.
- Прохождение нормоконтроля и подготовка сопроводительной документации.

Получение отзыва от научного руководителя. ВКР должны быть сданы выпускником научному руководителю для получения отзыва не позднее, чем за 17 календарных дней до начала защиты. На подготовку отзыва и рецензии отводится 5 календарных дней. Нарушение сроков представления обучающимся ВКР научному руководителю может служить основанием для отрицательного отзыва научного руководителя по формальному признаку.

Обучающимся не позднее, чем за два календарных дня до защиты ВКР секретарю ГЭК представляются выпускная квалификационная работа и отзыв научного руководителя.

Допуском к защите ВКР является обязательным выполнение следующих условий:

- наличие завершенной бакалаврской работы;
- положительная оценка по результатам прохождения госэкзамена;
- презентация результатов ВКР на выпускающей кафедре;
- наличие отзыва научного руководителя.

Обучающиеся, имеющие отрицательный отзыв научного руководителя, допускаются до защиты ВКР или отчисляются из университета по личному заявлению.

2.2.1.4 Критерии выставления оценок (соответствия уровня подготовки выпускника требованиям стандарта) на основе выполнения и защиты ВКР.

При оценивании выпускной квалификационной работы во время защиты ее на заседание ГЭК принимается во внимание:

- уровень теоретической и практической подготовки обучающегося (средний балл за весь период обучения),
- качество работы и ее соответствие направлению подготовки,
- самостоятельность полученных результатов,
- научная новизна,
- оформление работы,
- ход ее защиты (доклад выпускника, правильность и глубина ответов на вопросы, умение аргументировать свою позицию),
- отзыв научного руководителя,

Лист оценивания защиты выпускной квалификационной работы

№	Критерии	Показатели, составляющие критерий	Максимальный балл	Минимальный балл	Количество фактических баллов выпускника
1	уровень теоретической и практической подготовки обучающегося	средний балл за весь период обучения	5	3	
2	отзыв руководителя	оценка за выполнение работы	5	2	
3	публичная защита	четкая формулировка цели, задачи, предмета исследования	2	0	

	библиографический обзор по теме исследования	2	0	
	содержание работы соответствует направлению подготовки	2	0	
	уверенное владение излагаемым материалом, владение языком предметной области, соблюдение регламента	5	2	
	соответствие итоговых выводов полученным результатам	2	0	
	умение четко, аргументированно отвечать на вопросы членов ГЭК, вести научную дискуссию	5	2	
	качество выполнения презентации	2	0	
	соответствие оформления работы требованиям, предъявляемым к оформлению ВКР в СФУ	2	0	

В графе «количество фактических баллов выпускника» ГЭК выставляет цифру, соответствующую набранному баллу за тот или иной показатель. Максимальное количество баллов соответствует полному выполнению требования показателя, промежуточное количество баллов соответствует частичному выполнению требования показателя, 0 баллов выставляется при отсутствии указанного показателя.

Шкала перевода результатов защиты в академическую оценку:

количество набранных баллов	Итоговая оценка
21-24	удовлетворительно
25-28	хорошо
29-32	отлично

При проведении ГИА (защита ВКР) используется ноутбук и проекционная установка.

Составители:

Цих А.К., д-р физ.-мат. наук, профессор

Бушуева Н.А., канд. физ.-мат. наук, доцент

Знаменская О. В. канд. физ.-мат. наук, доцент

  
\_\_\_\_\_  
  
\_\_\_\_\_  
  
\_\_\_\_\_

Программа утверждена на заседании кафедры теории функций, протокол № 15 от 20 июня 2017 г.